

# Γεωμετρική Οπτική

## Φαινόμενα, Νόμοι,

## Εφαρμογές



Μ. Αγγελακέρης  
Θεσσαλονίκη 2019

# 1. ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΟΠΤΙΚΗ

## 1.1. Εισαγωγή

Αντικείμενο της Γεωμετρικής Οπτικής (Γ.Ο.), είναι η μελέτη της διαδρομής του φωτός (φωτεινές δέσμες) στα επιμέρους στοιχεία μίας οπτικής διάταξης, βασιζόμενοι αποκλειστικά στην έννοια της ακτίνας (κεντρική διάθυση). Δηλαδή το εύρος της δέσμης είναι μικρότερο από τις διαστάσεις του οπτικού στοιχείου και συνεπώς αγνοούνται φαινόμενα περιθλάσεως. Ειδικότερα μελετούμε την επίδραση των επιμέρους στοιχείων μιας οπτικής διάταξης, τόσο στην διάδοση των ακτίνων όσο και εν γένει στην δημιουργία οπτικού ειδώλου.



Βασική έννοια της γεωμετρικής διαπραγμάτευσης των οπτικών φαινομένων είναι αυτή της οπτικής ακτίνας. Η φωτεινή ενέργεια, θεωρείται ότι διαδίδεται ευθύγραμμα μέσα σε ομογενή και ισότροπα μέσα, όπως το γυαλί και το νερό, ενώ σε άλλα οπτικά μέσα (ανάλογα με τις ιδιότητες του μέσου) η διάδοση μπορεί να γίνεται σε καμπύλες τροχιές (όπως π.χ. μέσα στην ατμόσφαιρα που εμφανίζει ανομειογενή δείκτη διάθλασης). Στην πράξη μια ακτίνα φωτός μπορεί να προσεγγιστεί με μια λεπτή δέσμη φωτός διαμέτρου 1-2 mm (δέσμη ενός Laser).

Τα όρια της θεώρησης της έννοιας της οπτικής ακτίνας είναι εξαιρετικά περιορισμένα καθώς αυτή δεν μπορεί να ερμηνεύσει κυματικά φαινόμενα του φωτός (π.χ. συμβολής και περίθλασης). Για την ερμηνεία των απαιτείται η αποδοχή της κυματικής φύσης του φωτός, βάσει της οποίας μπορούν να ερμηνευτούν όλα τα οπτικά φαινόμενα. Το φαινόμενο της περίθλασης έχει κυρίαρχο ρόλο όταν το μήκος κύματος είναι συγκρίσιμο με τις διαστάσεις των αντικειμένων. Όταν το μήκος κύματος και η διάμετρος της δέσμης γίνονται αμεληταίες συγκρινόμενα με τις διαστάσεις των οπτικών συστημάτων, τα φαινόμενα της περίθλασης γίνονται λιγότερο σημαντικά. Για τον λόγο αυτό στη γεωμετρική οπτική, θεωρούμε ότι το μήκος κύματος της ακτινοβολίας τείνει στο μηδέν ( $\lambda \rightarrow 0$ ) και έχουμε ευθύγραμμη διάδοση του φωτός σε ομογενή μέσα. Η έννοια της οπτικής ακτίνας, είναι πολύ χρήσιμη για την εύκολη διαπραγμάτευση των φαινομένων της ανάκλασης και διάθλασης του φωτός.

## 1.2. Σκοπός

Σκοπός της άσκησης αυτής είναι να πραγματοποιήσετε πειράματα που αναδεικνύουν τις αρχές της ευθύγραμμης διάδοσης του φωτός και πιο συγκεκριμένα τις αρχές της ανάκλασης και της διάθλασης. Θα μετρήσετε το δείκτη διάθλασης διαφόρων υλικών. Θα κατανοήσετε τις αρχές λειτουργίας των φακών καθώς και τους μηχανισμούς σχηματισμού πραγματικών και φανταστικών ειδώλων. Θα μελετήσετε μερικά σφάλματα φακών και θα μετρήσετε τις εστιακές αποστάσεις και μεγεθύνσεις οπτικών διατάξεων. Στο τέλος της πρακτικής άσκησης θα είστε σε θέση να μπορείτε:

- αξιοποιώντας το φαινόμενο της ολικής ανάκλασης, να μετράτε τον δείκτη διάθλασης υγρών και στερεών.
- να υπολογίζετε τον δείκτη διάθλασης ενός υλικού (όταν αυτό έχει την μορφή πρίσματος), για ένα συγκεκριμένο μήκος κύματος.
- να αναγνωρίζετε τα σφάλματα της σφαιρικής και χρωματικής εκτροπής στους φακούς και να εξηγείτε γιατί αυτά εμφανίζονται.

- να μετράτε τις εστιακές αποστάσεις διαφόρων τύπων φακών και να σχεδιάζετε την πορεία των ακτίνων μέσα απ' αυτούς.
- να μετράτε και να υπολογίζετε την μεγέθυνση των φακών.

### 1.3. Ευθύγραμμη πορεία των ακτίνων του φωτός



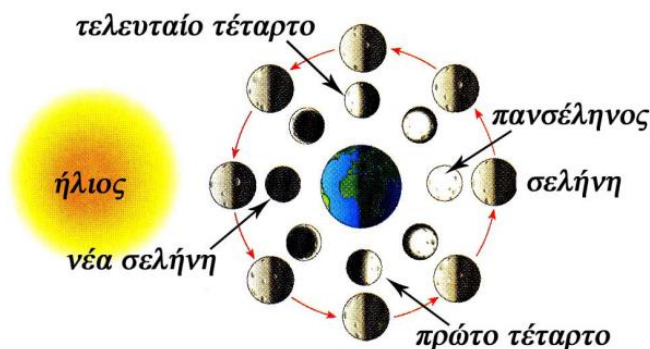
Σχήμα 1.3-1 Δέσμες φωτός που δημιουργούνται από το φως του ηλίου όταν περνά ανάμεσα από τα ανοίγματα που αφήνουν τα σύννεφα.



Σχήμα 1.3-2 Δέσμες φωτός που δημιουργούνται από το φως του ηλίου όταν περνά μέσα από τα ανοίγματα που αφήνουν τα φυλλώματα.

Όλοι έχουμε παρατηρήσει δέσμες φωτός να διατρέχουν ένα σκοτεινό δωμάτιο, όταν στους τοίχους του υπάρχουν μικρά ανοίγματα ή χαραμάδες και αυτό φωτίζεται εξωτερικά από τον ήλιο. Το φαινόμενο αυτό είναι ακόμη πιο έντονο, όταν στο εσωτερικό του δωματίου αιωρείται σκόνη ή υπάρχει καπνός, γιατί τα μικροσωματίδια της σκόνης ή του καπνού, παίζουν το ρόλο κέντρων σκέδασης. Αν δεν υπήρχε η σκέδαση αυτή, οι δέσμες αυτές δεν θα φαινόταν, εκτός αν έπεφταν κατ' ευθείαν στο μάτι μας. Η τροχιά των δεσμών αυτών (που τις αποκαλούμε **ακτίνες** όταν η διάμετρος τους είναι πολύ μικρή) είναι ευθύγραμμη.

Το ίδιο συμβαίνει σε μεγάλη κλίμακα στην περίπτωση όπου το φως του ηλίου περνάει μέσα από τα ανοίγματα που αφήνουν τα σύννεφα, (συνήθως τις απογευματινές ώρες) όταν στην ατμόσφαιρα υπάρχει αρκετή υγρασία (Σχήμα 3.3-1). Τότε βλέπουμε δέσμες ακτίνων φωτός ν' αποκλίνουν από τη θέση που βρίσκεται ο ήλιος, προς όλες τις διευθύνσεις με σαφώς ευθύγραμμη πορεία. Το ότι οι δέσμες είναι ορατές, οφείλεται στην ύπαρξη των σταγονιδίων των υδρατμών, που προκαλούν έντονη σκέδαση του φωτός προς το μάτι μας. Το ίδιο ακριβώς φαινόμενο είναι δυνατόν να το παρατηρήσουμε (τις πρωινές ιδίως ώρες), μέσα σε ένα δάσος όπου επικρατεί υγρασία (Σχήμα 3.3-2). Οι δέσμες των ακτίνων του φωτός προέρχονται από το φως του ηλίου, που διαπερνά τα φυλλώματα των δένδρων. Τα μικροσταγονίδια της υγρασίας αποτελούν και εδώ τα κέντρα, που σκεδάζουν το φως στο μάτι μας.



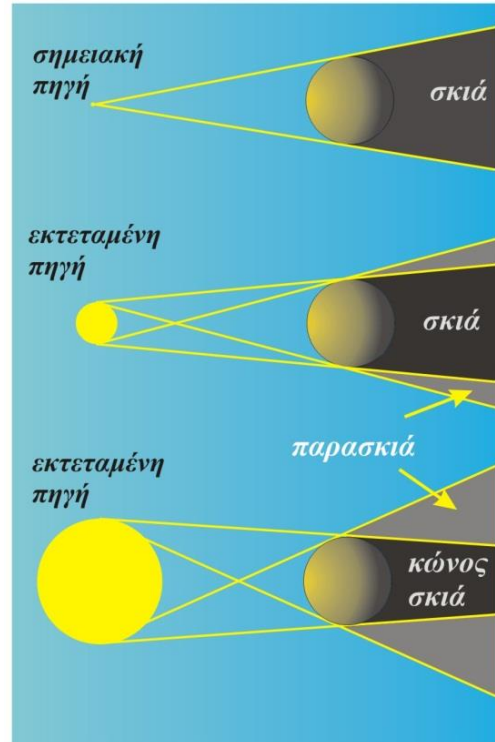
Σχήμα 1.3-3 Σχηματική παράσταση των διαφόρων φάσεων της σελήνης.

Από τα πλέον εντυπωσιακά ουράνια φαινόμενα που σχετίζονται με την ευθύγραμμη πορεία των ακτίνων του φωτός και γίνονται ορατά με γυμνό μάτι, είναι οι φάσεις της σελήνης και οι εκλείψεις, μερικές ή ολικές, του ηλίου και της σελήνης. Τα φαινόμενα αυτά σχετίζονται με τη θέση που κατέχει η σελήνη, σε σχέση με τη γή και τον ήλιο κατά την περιστροφή της γύρω από την γη.

Η σελήνη κάνει μια πλήρη περιστροφή γύρω από τη γή σε διάστημα περίπου ενός μήνα και στο χρονικό αυτό διάστημα βλέπουμε από τη γη στο νυκτερινό ουρανό τους διάφορους σχηματισμούς (φάσεις) του φεγγαριού (εσωτερικός κύκλος στο Σχήμα 3.3-3)

Για να αντιληφθούμε καλύτερα τα διάφορα φυσικά φαινόμενα που σχετίζονται με την ευθύγραμμη πορεία του φωτός, απαιτείται η διατύπωση των εννοιών της **σκιάς** και της **παρασκιάς**.

Έστω ένα αδιαφανές σφαιρικό αντικείμενο που φωτίζεται από απόσταση, από μια σχεδόν **σημειακή πηγή** (Σχήμα 3.3-4). Τότε μετά το αντικείμενο και μέσα στα όρια που ορίζει ο κώνος των ακτίνων με κορυφή τη σημειακή πηγή και όρια τις εφαπτομενικές ακτίνες προς το αντικείμενο, δεν οδεύει καμία ακτίνα φωτός. Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο όταν το ίδιο αντικείμενο φωτιστεί από μια **εκτεταμένη πηγή**. Τότε ο κώνος της σκιάς περιβάλλεται από έναν δευτερεύοντα κώνο αυτόν της λεγόμενης παρασκιάς. Ο δίσκος της σκιάς θα περιβάλλεται από ένα δακτύλιο ορισμένων διαστάσεων (που εξαρτάται από το μέγεθος της πηγής και την απόστασή της από το αντικείμενο) και η ένταση του φωτός θ' αυξάνεται από τη σχεδόν μηδενική (σκιά) μέχρις το μέγιστό της που αντιστοιχεί στην περιοχή της ανεμπόδιστης πορείας των ακτίνων του φωτός.



Σχήμα 1.3-4 Σχηματική παράσταση του σχηματισμού της σκιάς και παρασκιάς

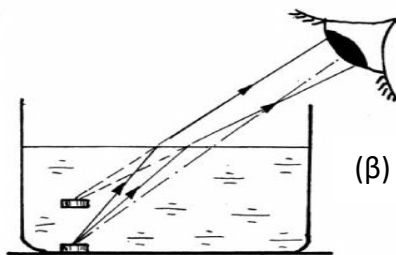
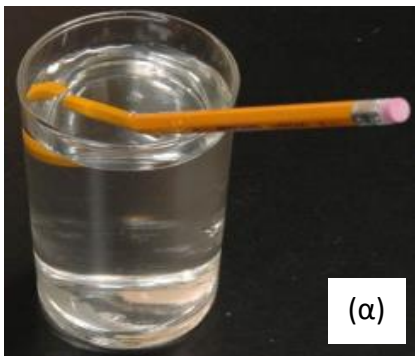
### 1.3.1. Ανάκλαση και Διάθλαση

Η ανάκλαση του φωτός είναι ένα φαινόμενο που συμβαίνει σχεδόν κάθε στιγμή γύρω μας (καθρέπτες, τζάμια κοκ). Σχετίζεται με την δυνατότητα που έχουν οι πολύ λείες και στιλπνές επιφάνειες, ν' αλλάζουν (με ένα συγκεκριμένο τρόπο) τη διεύθυνση πορείας των δεσμών των ακτίνων του φωτός που πέφτουν πάνω τους. Στο Σχήμα 3.3-5 μπορούμε να δούμε την κλασική περίπτωση του σχηματισμού ανεστραμμένου ειδώλου ενός αντικειμένου μέσω της ανάκλασης των ακτίνων του φωτός σε μια ήρεμη επιφάνεια νερού. Από κάθε σημείο ενός αντικειμένου φεύγει μια κωνική δέσμη φωτός. Από αυτή την κωνική δέσμη φωτός θεωρούμε μια ακτίνα που ξεκινά από ένα οποιοδήποτε σημείο του αντικειμένου και φθάνοντας στην επιφάνεια του νερού ανακλάται (με την ίδια γωνία όπως θα δούμε στην συνέχεια), αλλάζει διεύθυνση και προσπίπτει στο μάτι του παρατηρητή. Ο παρατηρητής στην πραγματικότητα αυτό που βλέπει, μοιάζει να προέρχεται από την προέκταση της ακτίνας που φθάνει στο μάτι του. Από το συμμετρικό δηλ. σημείο του αντικειμένου από το οποίο έγινε η εκκίνηση της ακτίνας. Αυτός ακριβώς είναι και ο λόγος που – λόγω του φαινομένου της ανάκλασης – αντιλαμβανόμαστε εκτός του αντικειμένου και το πλήρως συμμετρικό – ως προς την ανακλαστική επιφάνεια – φανταστικό και ανεστραμμένο είδωλό του.

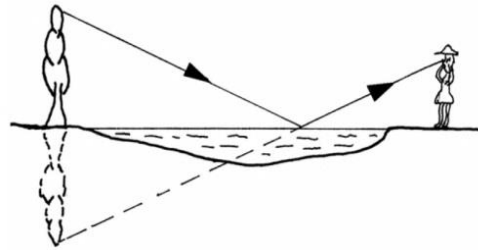
Το πλέον κλασικό παράδειγμα (Σχήμα 3.3-6 α), για την ανάδειξη του φαινομένου της διάθλασης των ακτίνων του φωτός, είναι η παρατήρηση ενός επιμήκους αντικειμένου (μολύβι, κουταλάκι, ή μια μικρή ράβδος) που βρίσκεται κατά ένα μέρος του μόνο μέσα σε νερό και το υπόλοιπο στον αέρα. Το αντικείμενο τότε φαίνεται “σπασμένο” ακριβώς στα σημεία της διαχωριστικής επιφάνειας νερού και αέρα.

Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι μια ακτίνα φωτός οδεύουσα ευθύγραμμα σε σχέση με την κάθετη στην επιφάνεια, από ένα μέσο διάδοσης σ' ένα άλλο (εδώ από το νερό στον αέρα), αλλάζει διεύθυνση ή όπως λέμε διαθλάται. Η πρόσπτωση μιας ακτίνας από ένα οπτικά αραιότερο μέσο (π.χ. αέρας) σε ένα οπτικά πυκνότερο (π.χ. το νερό), έχει σαν συνέπεια να κάμπτεται (να διαθλάται) πλησιάζοντας την κάθετο στη διαχωριστική επιφάνεια στο σημείο πρόσπτωσης. Το αντίθετο συμβαίνει αν έχουμε πρόσπτωση μιας ακτίνας από οπτικά πυκνότερο σε οπτικά αραιότερο μέσο. Το "σπάσιμο" λοιπόν του αντικείμενου οφείλεται στο ότι το μάτι του παρατηρητή βλέπει υπερυψωμένα τα αντικείμενα μέσα στο υγρό καθώς, "βλέπει" κατά την προέκταση των διαθλωμένων ακτίνων.

Το ίδιο ακριβώς φαινόμενο εξηγεί και τη φαινομένη ανύψωση ενός αντικείμενου που βρίσκεται στον πυθμένα ενός δοχείου με νερό (Σχήμα 3.3-6 β).



Σχήμα 1.3-6 "Σπάσιμο" αντικείμενου και φαινομένη ανύψωση λόγω διάθλασης



Σχήμα 1.3-5 Σχηματισμός ανεστραμμένου ειδώλου μέσω ανάκλασης.

Ένα άλλο φαινόμενο που ερμηνεύεται με την βοήθεια της γεωμετρικής οπτικής είναι αυτό του **αντικατοπτρισμού** που εμφανίζεται στην έρημο (Σχήμα 3.3-7). Αυτό οφείλεται στο ότι τα επιφανειακά στρώματα του αέρα είναι πολύ θερμά και η θερμοκρασία τους ελαττώνεται με το ύψος. Τα επιφανειακά στρώματα του αέρα είναι οπτικά αραιότερα (μικρότερης δείκτης διαθλάσεως) από τα υπερκείμενα. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα μια ακτίνα φωτός που ξεκινά από ένα σημείο αρκετά πάνω από το έδαφος (π.χ. κορυφή δέντρου) κατά την πορεία της προς αυτό να υφίσταται, συνεχείς διαθλάσεις στα διάφορα στρώματα του αέρα, απομακρυνόμενη συνεχώς από την κατακόρυφη προς το έδαφος. Φθάνοντας τελικά στη περιοχή της επιφάνειας, αντιστρέφει την πορεία της και κατευθύνεται (διαθλώμενη πάλι συνεχώς και πλησιάζοντας την κατακόρυφη) στο μάτι του παρατηρητή. Με δεδομένο ότι ο παρατηρητής βλέπει κατά τη προέκταση των ακτίνων που φθάνουν στο μάτι του, έχει τελικά την ψευδαίσθηση ότι το αντικείμενο (στην προκειμένη περίπτωση το δένδρο) κατοπτρίζεται από την επιφάνεια του εδάφους απ' όπου προήλθε και η ονομασία του φαινομένου.

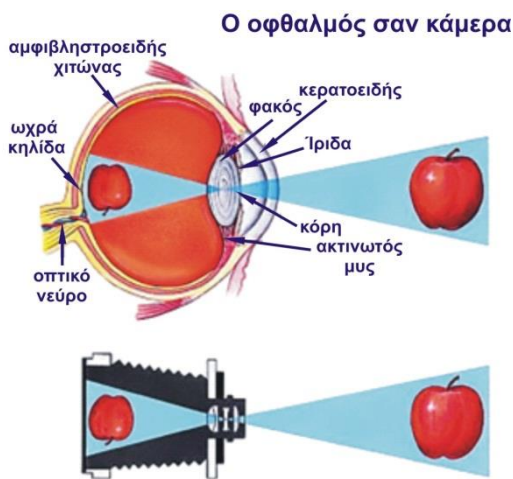
Το ίδιο φαινόμενο παρατηρείται συχνά στην άσφαλτο, όταν επικρατούν υψηλές θερμοκρασίες και ο αέρας στην επιφάνεια του δρόμου είναι πολύ ζεστός ενώ βαθμιδών ψύχεται στα υπερκείμενα στρώματα. Τότε παρατηρούμε την επιφάνειά του να κατοπτρίζει αντικείμενα που βρίσκονται πάνω από αυτόν (συνήθως τον ουρανό δημιουργώντας την αίσθηση του βρεγμένου δρόμου).

Ένα αντίστοιχο φαινόμενο αντικατοπτρισμού εμφανίζεται όταν τα στρώματα του αέρα κοντά σε μια επιφάνεια (π.χ. της θάλασσας) είναι ψυχρά και σταδιακά γίνονται πιο θερμά στα υπερκείμενα στρώματα. Τότε αντικείμενα που στην πραγματικότητα βρίσκονται στην επιφάνεια της θάλασσας φαίνονται να υπερίπτανται πάνω από τον ορίζοντα.

### 1.3.2. Απεικόνιση

Στην καθημερινή μας ζωή χρησιμοποιούμε διάφορες οπτικές διατάξεις σαν μέσα απεικόνισης. Μεγεθυντικοί φακοί, φακοί φωτογραφικών μηχανών, φακοί των γυαλιών μας είναι μερικά από τα οπτικά συστήματα που σχηματίζουν “είδωλα” (δηλ. απεικονίζουν) τα διάφορα αντικείμενα με τη βοήθεια της διάθλασης των ακτίνων του φωτός.

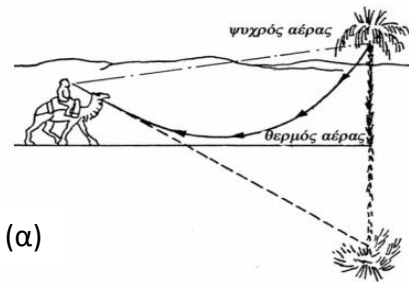
Το ανθρώπινο μάτι είναι ένα κλειστό όργανο απεικόνισης και μοιάζει με κοίλη σφαίρα διαμέτρου περίπου 24 mm (Σχήμα 3.3-8). Απαρτίζεται από ένα οπτικό τμήμα, το οποίο εστιάζει την οπτική εικόνα στους φωτοαισθητήρες (φωτοϋποδοχείς)



Σχήμα 1.3-8 Απεικόνιση με το μάτι και με τη φωτογραφική μηχανή

και το οπτικό νευρικό που μετατρέπει την οπτική εικόνα σε μια δεδομένη αλληλουχία νευρικών εκφορτίσεων. Κάθε αντικείμενο μεταδίδει φωτεινά κύματα σε όλες τις διευθύνσεις από κάθε σημείο του. Προτού σχηματιστεί ένα ακριβές είδωλο κάθε σημείου του αντικειμένου, οι οπτικές ακτίνες πρέπει να διέλθουν μέσω του οπτικού μας συστήματος. Το οπτικό σύστημα του οφθαλμού είναι ο κερατοειδής χιτώνας και ο φακός. Η πρώτη σύγκλιση των ακτίνων γίνεται από τον κερατοειδή χιτώνα, που έχει τον ίδιο δείκτη διάθλασης με το θαλασσινό νερό. Για τον λόγο αυτό όταν έχουμε ανοιχτά τα μάτια μέσα στην θάλασσα καταργείται η λειτουργία του και βλέπουμε θολά. Ο φακός από μόνος του δεν μπορεί να εστιάσει τις ακτίνες. Στο μάτι, η εικόνα του αντικειμένου που βλέπουμε, σχηματίζεται επάνω στον αμφιβληστροειδή χιτώνα του. Ο αμφιβληστροειδής είναι μια λεπτή στιβάδα νευρικού ιστού η οποία βρίσκεται στο πίσω τμήμα της σφαίρας του ματιού.

Η διαδικασία της αντίληψης των χρωμάτων είναι μια ειδική λειτουργία του μηχανισμού της όρασης που έχει σκοπό την αναγνώριση των διαφόρων μηκών κύματος που συνθέτουν τις ακτινοβολίες του ορατού φάσματος. Η αναγνώριση των χρωμάτων γίνεται στον αμφιβληστροειδή μόνο από τα κωνία (ή κωνικά κύτταρα). Υπάρχουν τρεις διαφορετικοί τύποι κωνικών κυττάρων, που διαφοροποιούνται ως προς την ικανότητά τους στο να μετατρέπουν διαφορετικά μήκη κύματος ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας σε πληροφορία για να την επεξεργαστεί ο εγκέφαλος.



(α)



(β)

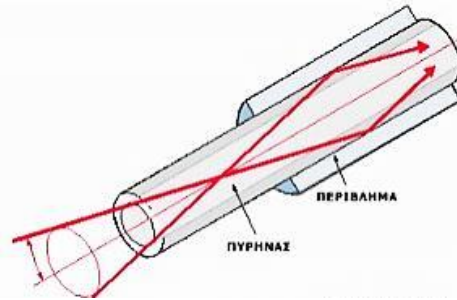
Σχήμα 1.3-7 Το φαινόμενο του αντικατοπτρισμού

και το οπτικό νευρικό που μετατρέπει την οπτική εικόνα σε μια δεδομένη αλληλουχία νευρικών εκφορτίσεων. Κάθε αντικείμενο μεταδίδει φωτεινά κύματα σε όλες τις διευθύνσεις από κάθε σημείο του. Προτού σχηματιστεί ένα ακριβές είδωλο κάθε σημείου του αντικειμένου, οι οπτικές ακτίνες πρέπει να διέλθουν μέσω του οπτικού μας συστήματος. Το οπτικό σύστημα του οφθαλμού είναι ο κερατοειδής χιτώνας και ο φακός. Η πρώτη σύγκλιση των ακτίνων γίνεται από τον κερατοειδή χιτώνα, που έχει τον ίδιο δείκτη διάθλασης με το θαλασσινό νερό. Για τον λόγο αυτό όταν έχουμε ανοιχτά τα μάτια μέσα στην θάλασσα καταργείται η λειτουργία του και βλέπουμε θολά. Ο φακός από μόνος του δεν μπορεί να εστιάσει τις ακτίνες. Στο μάτι, η εικόνα του αντικειμένου που βλέπουμε, σχηματίζεται επάνω στον αμφιβληστροειδή χιτώνα του. Ο αμφιβληστροειδής είναι μια λεπτή στιβάδα νευρικού ιστού η οποία βρίσκεται στο πίσω τμήμα της σφαίρας του ματιού.

### 1.3.3. Τεχνολογικές Εφαρμογές

- **Σύγχρονες τηλεπικοινωνίες**

Οι οπτικές ίνες, είναι πολύ λεπτά "νήματα" από πλαστικό ή γυαλί, μέσω των οποίων μεταδίδονται ψηφιακά δεδομένα, υπό μορφή φωτός. Οι οπτικές ίνες χρησιμοποιούνται ευρέως γιατί μας παρέχουν ταχύτερη διάδοση των ψηφιακών κυμάτων φωτός (ταχύτητα φωτός), την μετάδοση σε μεγαλύτερες αποστάσεις με λιγότερες απώλειες και παράλληλα δεν επηρεάζονται από ηλεκτρομαγνητικές παρεμβολές όπως συμβαίνει με άλλες μορφές επικοινωνίας όπως ο χαλκός. Οι οπτικές ίνες χρησιμοποιούνται επίσης για φωτισμό, μπορούν ακόμη να χρησιμοποιηθούν για τη μεταφορά εικόνων, όπως συμβαίνει σε πολλές χειρουργικές επεμβάσεις και όχι μόνο.



Σχήμα 1.3-9 Διάδοση ακτίνας σε οπτική ίνα με διαδοχικές εσωτερικές ανακλάσεις.

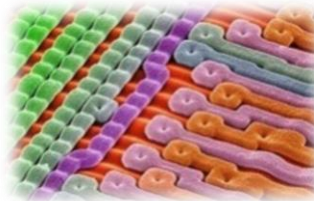
Το εσωτερικό μέρος της οπτικής ίνας, ονομάζεται **πυρήνας** και περιβάλλεται από μία άλλη στρώση πλαστικού - γυαλιού, με μικρότερο δείκτη διάθλασης που ονομάζεται **περίβλημα** (ο μικρότερος δείκτης διάθλασης είναι απαραίτητη προϋπόθεση για να έχουμε το φαινόμενο της ολικής ανάκλασης) (Σχήμα 3.3-9). Η γωνία εισόδου της ακτίνας μέσα στην οπτική ίνα πρέπει να είναι μικρότερη μιας κρίσιμης τιμής έτσι ώστε, καθώς θα διαδίδεται μέσα στον πυρήνα, να προσπίπτει στη διαχωριστική επιφάνεια του με το περίβλημα με γωνία μεγαλύτερη από αυτήν και να συμβαίνει **ολική ανάκλαση**. Αυτό έχει σαν συνέπεια η ίνα να λειτουργεί ως κυματοδηγός.

- **Από το διάστημα στο μικρόκοσμο**



Σχήμα 1.3-11 Οπτικό στερεοσκοπικό μικροσκόπιο

Το ανθρώπινο μάτι δεν μπορεί (χωρίς κάποια βοήθεια) να διακρίνει λεπτομέρειες σε αντικείμενα μεγέθους μικρότερου από 0.07 mm και αυτό σε απόσταση 25 cm (απόσταση ευκρινούς οράσεως). Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται μεγεθυντικοί φακοί. Το τηλεσκόπιο (τηλέ-σκοπώ: παρατηρώ μακριά) είναι μία οπτική ή άλλη διάταξη που συλλέγει και εστιάζει ορατό φως ή άλλες ηλεκτρομαγνητικές ακτινοβολίες όπως (ραδιοκύματα, υπέρυθρο, υπεριώδες, ακτίνες γ, Ακτίνες Χ κ.λ.π) Τα τηλεσκόπια αποτελούνται από τον αντικειμενικό και τον προσοφθάλμιο φακό.



Σχήμα 1.3-10 Επιφάνεια μικροτσιπ

Ο αντικειμενικός φακός κάμπτει τις ακτίνες από το αντικείμενο που πέφτουν πάνω του και σχηματίζει το είδωλό του στην εστία. Με τον προσοφθάλμιο φακό το είδωλο του μπορεί να μεγαλώσει και να παρατηρηθεί από αυτόν που χειρίζεται το τηλεσκόπιο.

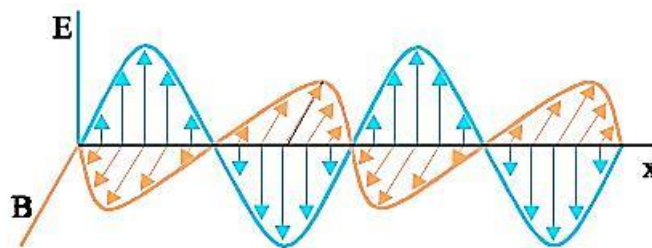
Το μικροσκόπιο από την άλλη μεριά είναι το όργανο που επιτρέπει την παρατήρηση μικροσκοπικών αντικειμένων. Τα πρώτα μικροσκόπια ήταν οπτικά, ένας συνδυασμός δηλ. διαφόρων φακών, που έδιναν μεγαλύτερες μεγεθύνσεις από ότι οι απλοί μεγεθυντικοί φακοί

(τα οπτικά μικροσκόπια έχουν μέγιστη μεγέθυνση 1600X). Τον 20<sup>ο</sup> αιώνα εμφανίστηκαν τα ηλεκτρονικά μικροσκόπια και αργότερα τα μικροσκόπια ηλεκτρονικής σάρωσης. Η ηλεκτρονική μικροσκοπία κάνει χρήση των ιδιοτήτων των ηλεκτρονίων καθώς αυτά οπισθοσκεδάζονται από ένα σώμα ή διέρχονται μέσα από αυτό. Ένα ηλεκτρονικό μικροσκόπιο εκμεταλλεύεται τη κυματική φύση των ηλεκτρονίων σε μήκη κύματος κατά πολύ μικρότερα από αυτά του φωτός, κατά συνέπεια μπορεί να επιτυγχάνει πολύ μεγαλύτερες μεγεθύνσεις

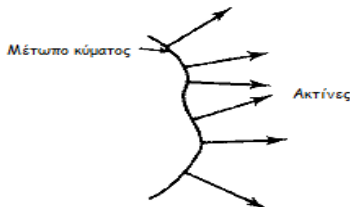
## 1.4. Απαιτούμενες Γνώσεις

### 1.4.1. Ακτίνα φωτός και διάδοση

Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι εγκάρσια κύματα τριών διαστάσεων όπως φαίνεται και στο Σχήμα 1.4-1, όπου διακρίνονται το επίπεδο της ηλεκτρικής ( $E$ ) και της μαγνητικής ( $B$ ) διαταραχής καθώς και η διεύθυνση διάδοσης  $x$ . Συνήθως για τη μελέτη τους επιλέγουμε τη μία εκ των δύο διαταραχών ( $E$  ή  $B$ ) καθώς είναι συνεχώς κάθετες μεταξύ τους ( $E$ ,  $B$ ,  $x$ : τρισορθογώνιο σύστημα σε κάθε σημείο του χώρου) με τα πλάτη τους να συνδέονται με τη σχέση:  $E_o = cB_o$ , όπου  $c$  η ταχύτητα φωτός.



Σχήμα 1.4-1 Ηλεκτρομαγνητικό κύμα



Σχήμα 1.4-2 Μέτωπο κύματος

Μια αναπαράσταση ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος γίνεται με τις **ισοφασικές επιφάνειες** ή **μέτωπα κύματος**. Αυτές είναι επιφάνειες κάθετες στη διεύθυνση διάδοσης και αποτελούν τον γεωμετρικό τόπο σημείων που έχουν την ίδια φάση (ισοφασικές επιφάνειες). Η απλούστερη περιγραφή ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος μέσω της θεώρησης των ακτίνων γίνεται θεωρώντας τις ακτίνες φωτός να είναι κάθετες γραμμές στα μέτωπα κύματος. Στο Σχήμα 3.4-2, φαίνεται ένα μέτωπο κύματος και οι αντίστοι-

χες ακτίνες στα διάφορα σημεία του. Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή, στη γεωμετρική οπτική, χρησιμοποιούμε την απλουστευμένη αναπαράσταση αυτή των οπτικών ακτίνων και δεν ασχολούμαστε με την κυματική φύση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.

### 1.4.2. Οπτικός δρόμος

Τα ομογενή και ισότροπα διαφανή οπτικά μέσα (στερεά, υγρά και αέρια) χαρακτηρίζονται από μια ποσότητα η οποία ονομάζεται **δείκτης διάθλασης**. Στην κυματική οπτική ο δείκτης διάθλασης ( $\delta$ . $\delta$ ) είναι ο λόγος της ταχύτητας  $c$  του φωτός στο κενό, προς την ταχύτητα του  $\nu$  (φασική ταχύτητα), στο μέσο:

$$n = \frac{c}{\nu} \quad (1.4.1)$$

Ο δείκτης διάθλασης είναι μια αδιάστατη ποσότητα. Η ταχύτητα του φωτός μέσα σε ένα υλικό είναι μικρότερη από την ταχύτητα του στο κενό, άρα ο  $\delta$ . $\delta$ , για οποιοδήποτε υλικό είναι πάντα μεγαλύτερος της μονάδας (εκτός αν το υλικό παρουσιάζει ανώμαλη διασπορά). Για το



κενό ισχύει  $n=1$ . Η τιμή του εξαρτάται από το υλικό, αλλά και από το μήκος κύματος (συχνότητα). Όσο πιο μεγάλος είναι ο δείκτης διάθλασης ενός υλικού τόσο πιο αργά διαδίδεται το φως μέσα στο υλικό. Ενδεικτικές τιμές που αφορούν τους δείκτες διάθλασης τριών πολύ κοινών οπτικών μέσων είναι: για τον αέρα:  $n = 1.000292$ , για το νερό:  $n = 1.333$  και για το κοινό γυαλί:  $n = 1.520$  (σε συνθήκες  $0^\circ\text{C}$  και πίεσης  $760\text{mm Hg}$ ). Για το μέγεθος της τιμής του δείκτη διάθλασης ενός οπτικού μέσου χρησιμοποιείται ο όρος της **οπτικής πυκνότητας**. Διαφανή οπτικά μέσα με μεγάλο δείκτη διάθλασης λέμε ότι διαθέτουν υψηλή οπτική πυκνότητα.

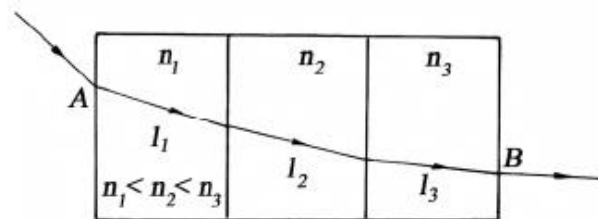
Μια έννοια που συνδέεται με τη διαδρομή των ακτίνων μέσα από διάφορα οπτικά μέσα με διαφορετικό δείκτη διάθλασης είναι αυτή του οπτικού δρόμου.

Αν θεωρήσουμε ότι μια ακτίνα φωτός διατρέχει την απόσταση  $l$  μέσα σ' ένα **ομογενές** οπτικό μέσο με δείκτη διάθλασης  $n$ , ο **οπτικός δρόμος** θα δίνεται από τη σχέση:

$$L = nl \quad (1.4.2)$$

που είναι το ισοδύναμο μήκος διαδρομής του φωτός στον αέρα.

Ένα τέτοιο παράδειγμα φαίνεται στο διπλανό σχήμα όπου μια ακτίνα φωτός προσπίπτει πλάγια (στο σημείο A) στην πρώτη από τις τρεις σε επαφή διαδοχικές επίπεδες διαφανείς πλάκες, με αντίστοιχους δείκτες διάθλασης  $n_1$ ,  $n_2$  και  $n_3$ .



Ο διανυόμενος από την ακτίνα οπτικός δρόμος – από την είσοδό της στο A μέχρις την έξοδό της στο B – μετά τις διαδοχικές διαθλάσεις θα είναι:

$$L = n_1 l_1 + n_2 l_2 + n_3 l_3 \quad (1.4.3)$$

όπου  $l_1$ ,  $l_2$  και  $l_3$  είναι οι γεωμετρικές αποστάσεις στο κάθε τμήμα.

Στη γενικότερη περίπτωση όπου το οπτικό μέσο είναι **ανομοιογενές** (ένα μέσο δηλαδή που ο δ.δ του εξαρτάται από την θέση), ο οπτικός δρόμος μιας ακτίνας που εκκινεί από το σημείο A του μέσου και φθάνει σ' ένα άλλο σημείο B, δίνεται από τη σχέση:

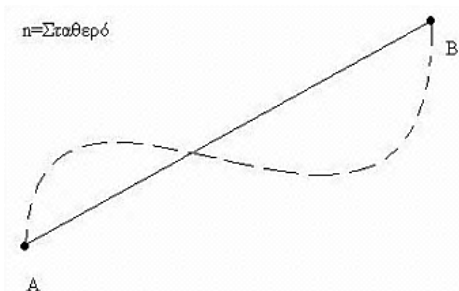
$$L = \int_A^B n(s) ds \quad (1.4.4)$$

Με  $s$  συμβολίζουμε το μήκος του τόξου (της καμπύλης εν γένει τροχιάς της διανυόμενης στο ανομοιογενές μέσο) μετρούμενο από μια αρχή,  $n(s)$  είναι ο δείκτης διάθλασης στη θέση αυτή και  $ds$  το στοιχειώδες μήκος του τόξου.

### 1.4.3. Αρχή Fermat: Ελαχιστοποίηση του χρόνου

Ο Fermat (17<sup>ος</sup> αιώνας) ένας από τους μεγαλύτερους μαθηματικούς της εποχής, απέδειξε ότι το φως σε όλες τις διαδρομές του ακολουθεί τη πορεία που είναι χρονικά η πιο σύντομη γνωστή σήμερα ως η αρχή του Fermat ή η **αρχή του ελαχίστου χρόνου**. Η **αρχή του Fermat** αφορά τον τρόπο με τον οποίο οι ακτίνες του φωτός οδεύουν στο εσωτερικό των οπτικών μέσων. Διατυπώνεται ως εξής:

*'Η διαδρομή την οποία θα ακολουθήσει μια ακτίνα φωτός από ένα ορισμένο σημείο ενός οπτικού μέσου σ' ένα άλλο σημείο του ίδιου ή διαδοχικών μέσων, θα είναι τέτοια ώστε ο αντίστοιχος οπτικός δρόμος να παίρνει ακραίες τιμές'.*



Σε ένα ισότροπο μέσο ( $n$ =σταθερό) ο οπτικός αυτός δρόμος είναι η ευθεία που ενώνει τα σημεία Α και Β. Όταν όμως το φως περάσει από ένα μέσο σε ένα άλλο με διαφορετικό δείκτη διάθλασης, ο χρονικά συντομότερος δρόμος δεν είναι ευθεία, επειδή η ταχύτητα του κύματος είναι διαφορετική στα δυο μέσα. Ο χρονικά συντομότερος δρόμος τότε είναι μια τεθλασμένη γραμμή, με αποτέλεσμα να παρουσιάζεται το φαινόμενο της διάθλασης.

#### 1.4.4. Αρχή της αντίστροφης πορείας του φωτός.

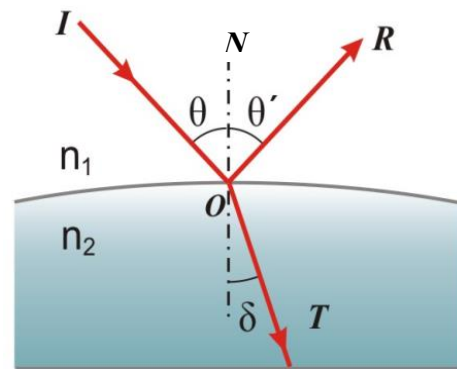
Μια πολύ χρήσιμη αρχή της γεωμετρικής οπτικής είναι η αρχή της αντίστροφης πορείας του φωτός η οποία αποτελεί συνέπεια της αρχής τους Fermat και διατυπώνεται ως εξής:

*Αν μια οπτική ακτίνα ακολουθεί μια συγκεκριμένη διαδρομή και σε κάποιο σημείο αυτής αντιστραφεί η πορεία της, η ακτίνα θ' ακολουθήσει την ίδια διαδρομή κατ' αντίθετη φορά.*

Αυτό π.χ. διαφαίνεται και από την συμμετρία που έχουν οι νόμοι της ανάκλασης και διάθλασης.

#### 1.4.5. Νόμοι της ανάκλασης και διάθλασης του φωτός.

Ένα σύστημα δύο διαφανών οπτικών μέσων που διαχωρίζονται από μία επιφάνεια, ονομάζεται **δίοπτρο**. Αν η διαχωριστική επιφάνεια των δύο οπτικών μέσων είναι επίπεδη, ονομάζεται **επίπεδο δίοπτρο** ενώ αν είναι σφαιρική **σφαιρικό δίοπτρο**. Αποδεικνύεται πειραματικά ότι, αν μια ακτίνα φωτός  $I$  πέσει πάνω στο σημείο  $O$  της διαχωριστικής επιφάνειας των μέσων, τότε συμβαίνουν συνήθως δυο γεγονότα (Σχήμα 3.4-3)



Σχήμα 1.4-3 Νόμος ανάκλασης-διάθλασης

- Από το σημείο  $O$  βλέπουμε να αναδύεται μια ακτίνα φωτός  $R$  στο μέσο που διαδιδόταν η  $I$ . Την ακτίνα αυτή τη ονομάζουμε ανακλώμενη και το φαινόμενο **ανάκλαση**.
- από το σημείο  $O$  διαδίδεται προς το άλλο μέσο μια ακτίνα  $T$  την οποία ονομάζουμε διαθλώμενη και το φαινόμενο **διάθλαση**.
- Τόσο η ανακλώμενη όσο και η διαθλώμενη ακτίνα, βρίσκονται στο **επίπεδο πρόσπτωσης**, που καθορίζεται από την προσπίπτουσα ακτίνα  $I$  και την κάθετη  $N$  πάνω στην επιφάνεια στο σημείο  $O$  της πρόσπτωσης.

Οι γωνίες που σχηματίζουν η προσπίπτουσα, η ανακλώμενη και η διαθλώμενη ακτίνα με την κάθετη  $N$  πάνω στην επιφάνεια στο σημείο  $O$  της πρόσπτωσης λέγονται γωνία **πρόσπτωσης** ( $\theta$ ), γωνία **ανάκλασης** ( $\theta'$ ) και γωνία **διάθλασης** ( $\delta$ ) αντίστοιχα. Οι πορείες της ανακλώμενης και της διαθλώμενης ακτίνας καθορίζονται από τους νόμους της ανάκλασης και της διάθλασης.

##### 1.4.5.1. Νόμος ανάκλασης

Η γωνία πρόσπτωσης ( $\theta$ ) είναι ίση με την γωνία ανάκλασης ( $\theta'$ ).

$$\theta = \theta' \quad (1.4.5)$$

##### 1.4.5.2. Νόμος διάθλασης ή νόμος του Snell

Οι γωνίες πρόσπτωσης ( $\theta$ ) και διάθλασης ( $\delta$ ) συνδέονται με την σχέση:

$$\frac{\sin \theta}{\sin \delta} = \text{σταθ.} \quad (1.4.6)$$

Ο σταθερός αυτός όρος ονομάζεται **σχετικός δείκτης διάθλασης** του δευτέρου μέσου ως προς το πρώτο  $n_{21}$ . Στην περίπτωση που το πρώτο μέσο είναι το κενό ή με μεγάλη προσέγγιση ο αέρας, τότε ο λόγος  $\sin\theta/\sin\delta$  ονομάζεται απλά **δείκτης διάθλασης ( $\delta$ . $\delta$ )** του μέσου. Για δυο μέσα με  $\delta$ . $\delta$   $n_1$  και  $n_2$  αποδεικνύεται ότι ο νόμος της διάθλασης παίρνει τη μορφή:

$$n_1 \sin \theta = n_2 \sin \delta \quad (\text{νόμος του Snell}) \quad (1.4.7)$$

Ο δείκτης διάθλασης εξαρτάται από το μήκος κύματος του φωτός.

### 1.4.5.3. Ολική ανάκλαση του φωτός.

Στο Σχήμα 3.4-4 σχεδιάζονται μερικές ακτίνες που εκπέμπονται από μια σημειακή πηγή και διαδίδονται από ένα οπτικά πυκνότερο μέσο με  $\delta$ . $\delta$   $n_1$ , σε ένα οπτικά αραιότερο μέσο με  $\delta$ . $\delta$   $n_2$ . Η διαθλωμένη ακτίνα, για κάθε μια από τις ακτίνες που προσπίπτουν στη διαχωριστική επιφάνεια, ακολουθεί πορεία που προκύπτει με εφαρμογή του νόμου του Snell (1.4.7).

Επειδή όμως  $n_1 > n_2$  η γωνία διαθλάσεως  $\delta$  θα είναι πάντοτε μεγαλύτερη της γωνίας πρόσπτωσης  $\theta$ , η διαθλωμένη θα απομακρύνεται δηλαδή από την κάθετο. Αυξάνοντας συνεχώς τη γωνία πρόσπτωσης, θα υπάρξει μια γωνία (πρόσπτωσης) για την οποία η διαθλωμένη ακτίνα θα εφάπτεται της διαχωριστικής επιφάνειας των δυο μέσων ( $\delta = 90^\circ$ ) (ακτίνα 3 Σχήμα 3.4-4). Η γωνία αυτή πρόσπτωσης (για την οποία η διαθλωμένη ακτίνα αναδύεται παράλληλα με την διαχωριστική επιφάνεια των δυο μέσων), ονομάζεται **κρίσιμη γωνία ή ορική γωνία** και συμβολίζεται με  $\theta_c$ .

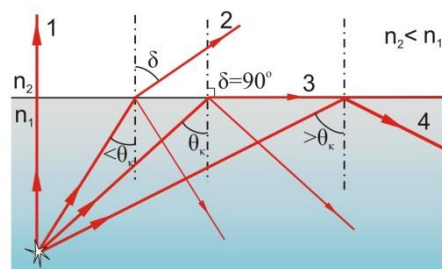
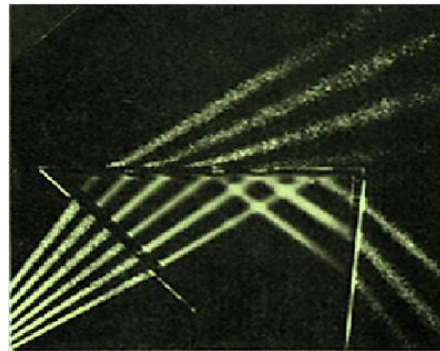
Για μικρές γωνίες πρόσπτωσης παρατηρούμε ότι εμφανίζεται μια ισχυρά διαθλωμένη ακτίνα και μια ασθενώς ανακλώμενη. Καθώς όμως αυξάνουμε τη γωνία πρόσπτωσης, η ένταση της ακτινοβολία της διαθλωμένης μειώνεται και αυξάνεται της ανακλώμενης. Όταν η γωνία πρόσπτωσης γίνει μεγαλύτερη από την κρίσιμη γωνία  $\theta_c$ , τότε δεν παρατηρούμε διαθλωμένη ακτίνα (η ακτίνα αυτή δεν βγαίνει από την επιφάνεια αλλά ανακλάται εξ ολοκλήρου μέσα στο ίδιο το μέσο), παρατηρούμε δηλαδή μόνο μια ισχυρώς ανακλώμενη ακτίνα. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **ολική ανάκλαση** και εμφανίζεται **μόνο** όταν έχουμε διάδοση ακτίνων από οπτικά πυκνότερο σε οπτικά αραιότερο μέσο. Η κρίσιμη γωνία υπολογίζεται από την σχέση (1.4.7) για  $\delta = 90^\circ$ :

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \quad (1.4.8)$$

Με την υπόθεση ότι  $n_2 = 1$  (αέρας), προκύπτει ότι:

$$\sin \theta_c = \frac{1}{n} \quad (1.4.9)$$

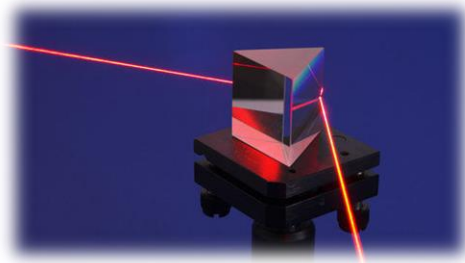
Από τη σχέση αυτή υπολογίζουμε την κρίσιμη γωνία, αν είναι γνωστός ο  $\delta$ . $\delta$  ή μετρώντας πειραματικά την κρίσιμη γωνία, μπορούμε να υπολογίσουμε τον  $\delta$ . $\delta$  του υλικού.



Σχήμα 1.4-4 Ολική εσωτερική ανάκλαση. Η γωνία πρόσπτωσης για την οποία η γωνία διάθλασης είναι  $90^\circ$  είναι η κρίσιμη γωνία ( $\theta_c$ ).

Στο φαινόμενο της ολικής ανάκλασης στηρίζεται η λειτουργία των διαθλασιμέτρων. Με τα οπτικά αυτά όργανα έχουμε τη δυνατότητα να μετρήσουμε τους δ.δ. στερεών και υγρών με πολύ μεγάλη ακρίβεια

#### 1.4.6. Διάθλαση του φωτός από οπτικό πρίσμα.



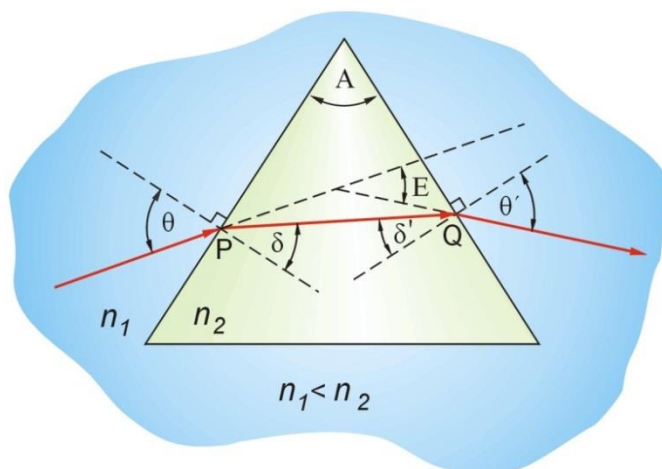
Το **οπτικό πρίσμα** είναι ένα ορθό τριγωνικό πρίσμα από διαφανές υλικό (π.χ. γυαλί) με δείκτη διάθλασης  $n$ . Οι δυο παράπλευρες επίπεδες επιφάνειές του τέμνονται υπό γωνία  $A$  γνωστή σαν **διαθλαστική γωνία**. Στο Σχήμα



3.4-5 παρουσιάζεται διαγραμματικά η πορεία μιας ακτίνας φωτός που διαδίδεται από ένα μέσο με δ.δ.  $n_1$  σε ένα πρίσμα με δ.δ.  $n_2$ .  $\theta$  και  $\delta'$  είναι οι γωνίες πρόσπτωσης της ακτίνας στις δυο επιφάνειες του πρίσματος, ενώ  $\delta$  και  $\theta'$  είναι οι γωνίες διάθλασης. Σαν **γωνία εκτροπής** σε ένα πρίσμα, ορίζουμε την γωνία που σχηματίζουν οι προεκτάσεις της προσπίπτουσας και της αναδύμενης από το πρίσμα ακτίνας. Εφαρμόζοντας το νόμο του Snell στα σημεία P και Q προκύπτουν οι σχέσεις:

$$n_1 \sin \theta = n_2 \sin \delta \quad n_1 \sin \theta' = n_2 \sin \delta' \quad A = \delta + \delta' \quad (1.4.10)$$

$$E = (\theta - \delta) + (\theta' - \delta') = \theta + \theta' - (\delta + \delta') = \theta + \theta' - A \quad (1.4.11)$$



Σχήμα 1.4-5 Η πορεία του φωτός μέσα σε ένα πρίσμα, με  $n_1 < n_2$

Από την σχέση (1.4.11) προκύπτει ότι η γωνία εκτροπής  $E$  εξαρτάται τόσο από τη γωνία εισόδου ( $\theta$ ), όσο και από τη γωνία εξόδου ( $\theta'$ ) η οποία με τη σειρά της εξαρτάται από τη  $\theta$  και τις γωνίες  $\delta$  και  $\delta'$ . Όπως προκύπτει πειραματικά ή από τις σχέσεις (1.4.10) και (1.4.11), αυξάνοντας τη γωνία  $\theta$  η  $E$  ελαττώνεται και μετά αυξάνει, που σημαίνει ότι η συνάρτηση  $E = f(\theta)$  εμφανίζει ένα τοπικό ελάχιστο (Σχήμα 1.4-6). Η γωνία για την οποία η εκτροπή  $E$  λαμβάνει την μικρότερη τιμή της, καλείται **γωνία ελαχίστης ε-**

**κτροπής** και συμβολίζεται με  $E_{\min}$ .

Η ύπαρξη ενός ελαχίστου υποδεικνύει ότι υπάρχει μια γωνία  $\theta$  για την οποία η παράγωγος  $\frac{dE}{d\theta}$  μηδενίζεται. Από την (1.4.11) με παραγωγή λαμβάνουμε:

$$\frac{dE}{d\theta} = 0 \Rightarrow 1 + \frac{d\theta'}{d\theta} = 0 \Rightarrow \frac{d\theta'}{d\theta} = -1 \quad (1.4.12)$$

Παραγωγίζοντας τις δυο πρώτες σχέσεις της (1.4.10) έχουμε:

$$\frac{d(n_1 \cdot \sin \theta)}{d\theta} = \frac{d(n_2 \cdot \sin \delta)}{d\theta} \Rightarrow n_1 \cdot \cos \theta = n_2 \cdot \cos \delta \frac{d\delta}{d\theta} \quad (1.4.13)$$

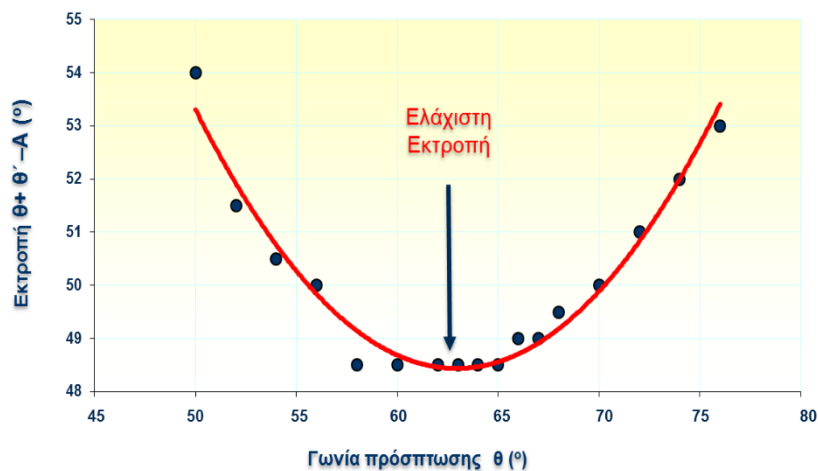
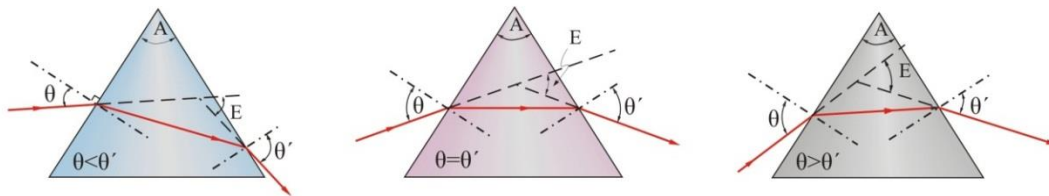
$$\frac{d(n_2 \cdot \sin \theta')}{d\theta'} = \frac{d(n_1 \cdot \sin \delta')}{d\theta'} \Rightarrow n_2 \cdot \cos \theta' = n_1 \cdot \cos \delta' \frac{d\delta'}{d\theta'} \quad (1.4.14)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1.4.13) και κάνοντας χρήση του νόμου Snell προκύπτει ότι:

$$\frac{\cos \theta}{\cos \theta'} = -\frac{\cos \delta}{\cos \delta'} \Rightarrow \frac{1 - \sin^2 \theta}{1 - \sin^2 \theta'} = \frac{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \sin^2 \theta}{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \sin^2 \theta'} \Rightarrow$$

$$\sin^2 \theta = \sin^2 \theta' \quad \theta = \theta' \quad \text{ή} \quad \theta + \theta' = \pi \quad (1.4.15)$$

Προκύπτει δηλαδή, ότι για να βρίσκεται το πρίσμα σε θέση ελαχίστης εκτροπής, η γωνία πρόσπτωσης  $\theta$  πρέπει να είναι ίση ή παραπληρωματική, με τη γωνία ανάδυσης  $\theta'$ . Στη θέση ελαχίστης εκτροπής του πρίσματος, οι σχέσεις (1.4.11) και (1.4.10) γίνονται:



Σχήμα 1.4-6 Μεταβολή της γωνίας Εκτροπής πρίσματος με τη γωνία πρόσπτωσης. Στα ένθετα σχήματα παρουσιάζεται η εξάρτηση της γωνίας εκτροπής από την γωνία πρόσπτωσης για  $\theta < \theta'$ ,  $\theta = \theta'$  και  $\theta > \theta'$ .

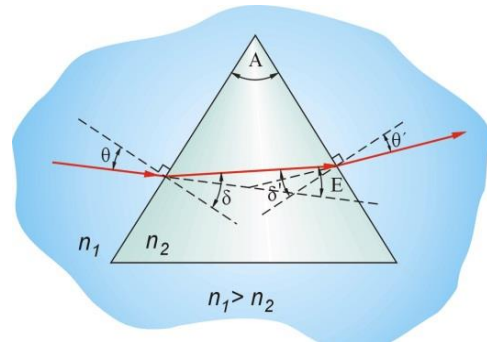
$$E_{min} = 2\theta - A \quad \theta = \theta' = \left(E_{min} + \frac{A}{2}\right) \quad \delta = \delta' = \frac{A}{2} \quad (1.4.16)$$

Οπότε και προκύπτει ο τύπος του Newton

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta}{\sin \delta} = \frac{\sin \left(\frac{A + E_{min}}{2}\right)}{\sin \frac{A}{2}} \quad (1.4.17)$$

Η σχέση (1.4.17) μας δίνει την δυνατότητα να υπολογίσουμε τον δ.δ. του μέσου από το οποίο είναι κατασκευασμένο ένα πρίσμα, αρκεί να γνωρίζουμε τη γωνία ελαχίστης εκτροπής.

Στο Σχήμα 3.4-7 δίνεται σχηματικά η πορεία μιας ακτίνας μέσα από ένα πρίσμα, στην περίπτωση όπου το περιβάλλον μέσον έχει μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης από αυτό. Ιδιαίτερη προσοχή στην αναδύομενη ακτίνα, (συγκρίνετε την συμπεριφορά της με αυτή του Σχήμα 3.4-5, όπου  $n_1 < n_2$ ).



Σχήμα 1.4-7 Η πορεία του φωτός μέσα σε ένα πρίσμα όταν  $n_1 > n_2$ .

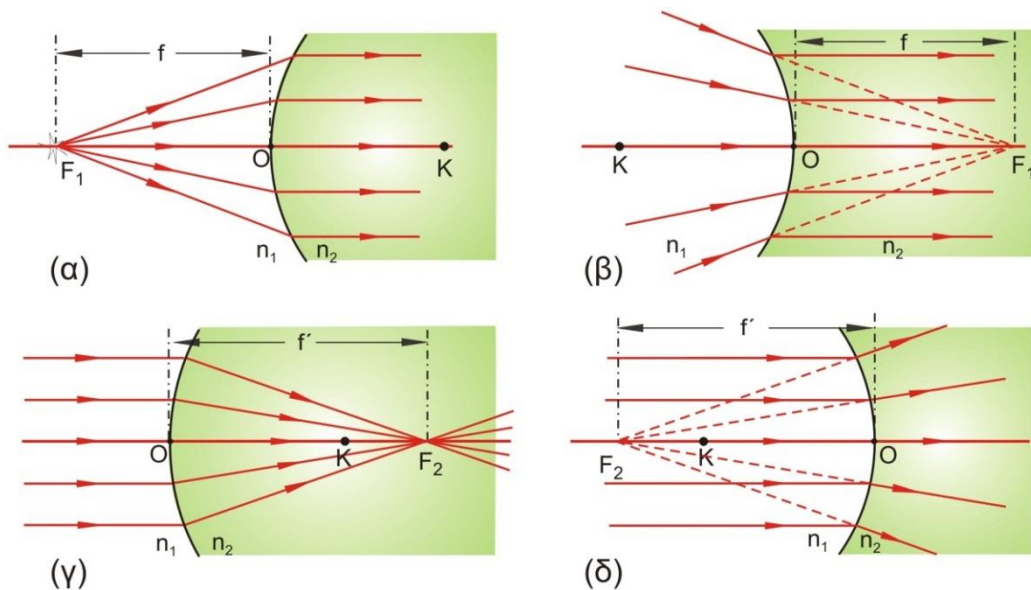
## 1.4.7. Φακοί και Διάθλαση

### 1.4.7.1. Διάθλαση από σφαιρικά δίοπτρα

#### 1.4.7.1.1. Εστίες και εστιακές αποστάσεις σφαιρικών δίοπτρων

Η σπουδαιότητα των σφαιρικών δίοπτρων έγκειται στη δυνατότητά τους, κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις, να σχηματίσουν το αντίγραφο ενός αντικειμένου, το οποίο το ονομάζεται **είδωλο**. Η διαδικασία του σχηματισμού του ειδώλου ονομάζεται **απεικόνιση**. Η απεικόνιση από μαθηματική άποψη είναι μια αντιστοιχισή ένα προς ένα, του πεδίου των σημείων του αντικειμένου προς το πεδίο των σημείων του ειδώλου (στιγματική απεικόνιση).

Τα βασικά στοιχεία ενός σφαιρικού δίοπτρου κυρτού ή κοίλου είναι τα εξής (Σχήμα 1.4-8):



Σχήμα 1.4-8 Οι κύριες (α, β) και δευτερεύουσες (γ, δ) εστιακές αποστάσεις κυρτών (α, γ) και κοίλων (β, δ) σφαιρικών δίοπτρων.

- α. Η ακτίνα καμπυλότητας  $R$  και το κέντρο καμπυλότητας  $K$ .
- β. Ο άξονας συμμετρίας του δίοπτρου που λέγεται **κύριος άξονας** ή **οπτικός άξονας** του δίοπτρου και καθορίζεται από την ευθεία που ενώνει το κέντρο καμπυλότητας του σφαιρικού δίοπτρου με την κορυφή του.
- γ. Το σημείο  $F$  (Σχήμα 1.4-8 α, β) που καθορίζεται ως εξής: Ακτίνες που προέρχονται από αυτό ή κατευθύνεται προς αυτό μετά τη διάθλαση τους στις επιφάνεια του δίοπτρου, διευθύνονται παράλληλα με τον οπτικό άξονα. Το σημείο αυτό το λέμε **πρωτεύουσα**

**εστία** του δίοπτρου, η δε απόσταση  $OF = f$  **πρωτεύουσα εστιακή απόσταση**. Ομοίως και το σημείο  $F'$  (Σχήμα 1.4-8 γ, δ): Ακτίνες παράλληλες προς τον οπτικό άξονα του δίοπτρου μετά τη διάθλαση τους στην επιφάνειά του, κατευθύνονται ή φαίνονται να προέρχονται από αυτό. Το σημείο αυτό το λέμε **δευτερεύουσα εστία** του δίοπτρου τη δε απόσταση  $OF' = f'$  **δευτερεύουσα εστιακή απόσταση**.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα κυρτό σφαιρικό δίοπτρο και ότι οι δείκτες διάθλασης των δυο εκατέρωθεν μέσων είναι  $n_1$  και  $n_2$  (Σχήμα 3.4-9).

Για να βρούμε που σχηματίζεται το είδωλο ενός σημειακού αντικειμένου χρειάζεται να βρούμε που τέμνονται (ή φαίνεται να τέμνονται) τουλάχιστον δύο ακτίνες που προέρχονται από αυτό μετά τη διάθλασή τους στο δίοπτρο. Για ένα σημειακό αντικείμενο P επάνω στον οπτικό άξονα διαλέγουμε τις εξής (Σχήμα 3.4-9):

- Την ακτίνα (1), που διαδίδεται κατά μήκος του οπτικού άξονα του δίοπτρου. Όπως προκύπτει από τον νόμο του Snell, επειδή η ακτίνα πέφτει κάθετα στο δίοπτρο, η γωνία διαθλάσεως είναι μηδέν και επομένως συνεχίζει την πορεία της κατά μήκος του οπτικού άξονα μέσα στο δεύτερο μέσο.
- Την ακτίνα (2) που διαδίδεται μέχρι το σημείο Q του δίοπτρου όπου διαθλάται και συνεχίζοντας τη διάδοσή της στο δεύτερο μέσο τέμνει την ακτίνα (1) στο σημείο P', που βρίσκεται επάνω τον οπτικό άξονα. Το σημείο αυτό είναι η απεικόνιση (είδωλο) του σημειακού αντικειμένου.

Πίνακας 1.4-1 Συμβάσεις προσήμων για σφαιρικά δίοπτρα

Μέγεθος	Πρόσημο	
	Θετικό (+)	Αρνητικό(-)
Απόσταση αντικειμένου (s)	Αριστερά της κορυφής του δίοπτρου (πραγματικό αντικείμενο)	Δεξιά της κορυφής του δίοπτρου (φανταστικό αντικείμενο)
Απόσταση ειδώλου (s')	Δεξιά της κορυφής του δίοπτρου (πραγματικό είδωλο)	Αριστερά της κορυφής του δίοπτρου (φανταστικό είδωλο)
Εστιακές αποστάσεις	Συγκλίνοντα δίοπτρα	Αποκλίνοντα δίοπτρα
Διαστάσεις αντικειμένων και ειδώλων	Πάνω από τον κύριο άξονα	Κάτω από τον κύριο άξονα
Ακτίνες καμπυλότητας	Κυρτά δίοπτρα	Κοίλα δίοπτρα

Για τη διάθλαση της ακτίνας στο σημείο Q ισχύει:

$$n_1 \sin \theta = n_2 \sin \delta \quad (1.4.18)$$

Εφαρμόζοντας τον νόμο των ημιτόνων στα τρίγωνα PQK και PQP', προκύπτουν οι σχέσεις:

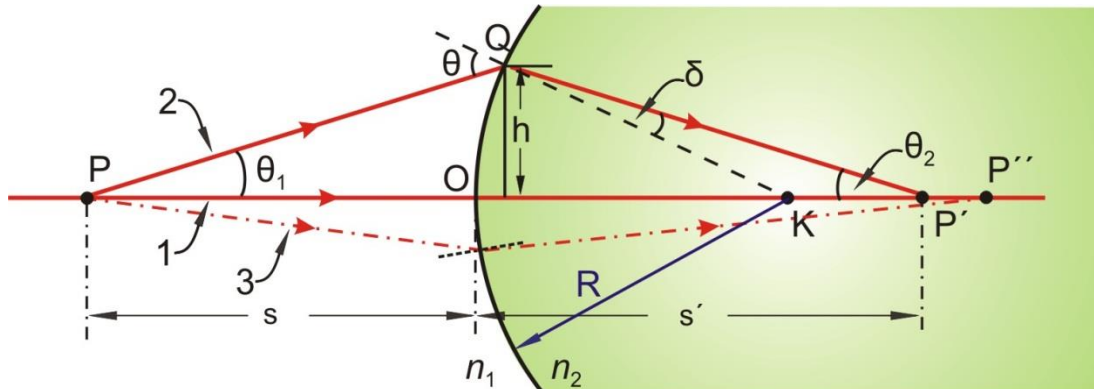
$$R \sin \vartheta = (R + s) \sin \vartheta_1 \text{ και } R \sin \delta = (s' - R) \sin \vartheta_2 \quad (1.4.19)$$

Ο συνδυασμός των τριών σχέσεων μας δίνει τελικά:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{s' - R}{s + R} \cdot \frac{n_2}{n_1} \quad (1.4.19)$$

Σχήμα 1.4-9 Διάθλαση πάνω σε μια σφαιρική επιφάνεια

Από τη σχέση όμως αυτή, προκύπτει ότι, οποιαδήποτε άλλη ακτίνα (3) που ξεκινά από το ίδιο σημείο P όμως υπό διαφορετική γωνία, δεν θα τέμνει την ακτίνα (1) στο σημείο P, αλλά σε κάποιο άλλο P'. Έχουμε λοιπόν **αστιγματική απεικόνιση**.



Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η επιφάνεια είναι σφαιρική και όχι παραβολική. Για να έχουμε στιγματική απεικόνιση από σφαιρικό δίοπτρο, θα πρέπει να ισχύει η **παραξονική προσέγγιση**. Κατά την προσέγγιση αυτή θεωρούμε ότι το Q είναι πολύ κοντά στο O. Περιοριζόμαστε δηλαδή σε μια μικρή περιοχή γύρω από τον οπτικό άξονα έτσι ώστε οι ακτίνες να σχηματίζουν μικρή γωνία σε σχέση με αυτόν. Οι ακτίνες αυτές λέγονται **παραξονικές**. Αν ισχύει η παραξονική προσέγγιση τότε μπορούμε να θεωρήσουμε:

$$\sin \theta_1 \cong \theta_1 \cong \frac{h}{s} \quad \text{και} \quad \sin \theta_2 \cong \theta_2 \cong \frac{h}{s'} \quad (1.4.20)$$

Έτσι η σχέση (1.4.19) παίρνει την μορφή:

$$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \text{Νόμος του Gauss} \quad (1.4.21)$$

Ο νόμος του Gauss για το σφαιρικό δίοπτρο δηλώνει ότι όλες οι παραξονικές ακτίνες από ένα σημειακό αντικείμενο, μετά τη διάθλασή τους από το δίοπτρο διέρχονται από το ίδιο σημείο (έχουμε δηλαδή στιγματική απεικόνιση).

Αν θεωρηθεί ότι το είδωλο (P') βρίσκεται στο άπειρο, δηλαδή  $s' = \infty$  τότε η θέση του P (σημειακό αντικείμενο) προσδιορίζεται από τη σχέση (1.4.21) και αντιστοιχεί στη κύρια εστιακή απόσταση (Σχήμα 3.4-11 α,β):

$$\frac{n_1}{s} = \frac{n_2 - n_1}{R} \Leftrightarrow s = f = \frac{n_1 R}{n_2 - n_1} \quad (1.4.22)$$

Εάν πάλι θεωρηθεί ότι το σημειακό αντικείμενο (P) βρίσκεται στο άπειρο, δηλαδή  $s = \infty$  τότε η θέση του ειδώλου (P') προσδιορίζεται από τη σχέση (1.4.21) και αντιστοιχεί στη δευτερεύουσα εστιακή απόσταση (Σχήμα 1.4-8 γ, δ):

$$\frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R} \Leftrightarrow s' = f' = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} \quad (1.4.23)$$

Από τις σχέσεις (1.4.22) και (1.4.23) προκύπτει ότι:

$$\frac{f}{n_1} = \frac{f'}{n_2} \quad (1.4.24)$$

Δηλ. οι επιμέρους εστιακές αποστάσεις  $f$  και  $f'$  είναι ανάλογες των δ.δ. του δίοπτρου.



### 1.4.7.2. Λεπτοί φακοί

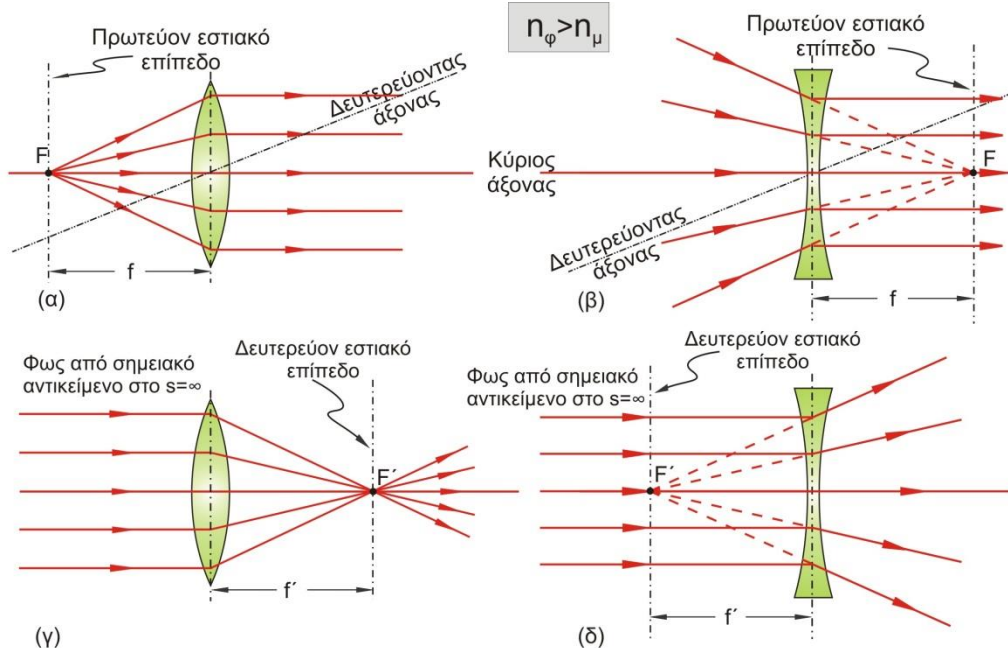
#### 1.4.7.2.1. Εστίες και εστιακές αποστάσεις λεπτών φακών. Συζυγή σημεία και επίπεδα

Ένα σύστημα δυο ομοαξονικών δίοπτρων, τα οποία χωρίζουν το μεταξύ αυτών ομογενές οπτικό μέσο ορισμένου δ.δ., από δυο άλλα οπτικά ομογενή μέσα του αυτού ή διαφορετικού δείκτη διάθλασης καλείται **φακός**.

Αν η απόσταση ανάμεσα στα δυο σφαιρικά δίοπτρα του φακού είναι πολύ μικρή, ώστε το πάχος του να θεωρείται αμελητέο σε σχέση με τις ακτίνες καμπυλότητας, τότε ο φακός ονομάζεται **λεπτός**, διαφορετικά ονομάζεται **παχύς φακός**.



Σχήμα 1.4-10 Διάφορα είδη φακών



Σχήμα 1.4-11 Πρωτεύουσες εστιακές αποστάσεις σε (α) θετικό φακό (συγκλίνων:  $f > 0$ ), (β) Αρνητικό φακό (αποκλίνων:  $f < 0$ ). Δευτερεύουσες εστιακές αποστάσεις σε (γ) συγκλίνοντα και (δ) αποκλίνοντα φακό, όταν  $n_{\phi} > n_{\mu}$ .

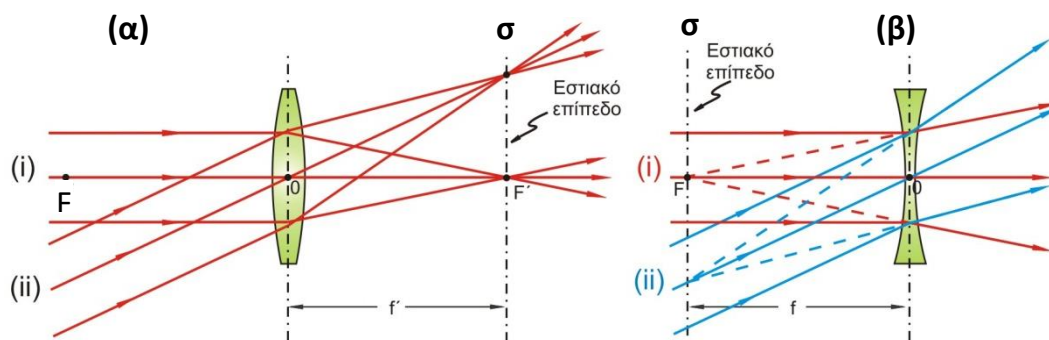
Τα βασικά στοιχεία ενός λεπτού φακού είναι τα εξής (Σχήμα 3.4-11):

- Ο **κύριος οπτικός άξονας**, ο οποίος είναι η ευθεία που διέρχεται από τα κέντρα καμπυλότητας των σφαιρικών δίοπτρων.
- Οι **δευτερεύοντες άξονες**, οι οποίοι είναι ευθείες που διέρχονται από το μέσο O του φακού.
- Η **πρωτεύουσα F** και **δευτερεύουσα F' εστία**. Ακτίνες που προέρχονται ή έχουν πορεία προς τις πρωτεύουσες εστίες F, μετά τη διάθλασή τους από τον φακό διευθύνονται παράλληλα προς τον κύριο άξονα. Οι δευτερεύουσες εστίες F' είναι σημεία του οπτικού άξονα στα οποία παράλληλες ακτίνες προς τον οπτικό άξονα μετά τη διάθλαση τους από τον φακό συγκλίνουν ή αποκλίνουν (φαίνονται να προέρχονται από αυτά τα σημεία).
- Οι **εστιακές αποστάσεις f ή f'**, που είναι οι αποστάσεις των κυρίων εστιών από το κέντρο του λεπτού φακού.

ε. **Τα εστιακά επίπεδα**, τα οποία είναι επίπεδα κάθετα στον κύριο οπτικό άξονα στις θέσεις των κυρίων εστιών του φακού. Ακτίνες παράλληλες με ένα δευτερεύοντα άξονα, συγκλίνουν μετά τον φακό (ή αποκλίνουν) στο σημείο που ο δευτερεύων αυτός άξονας τέμνει το αντίστοιχο εστιακό επίπεδο. Τα εστιακά επίπεδα είναι λοιπόν ο γεωμετρικός τόπος των σημείων σύγκλισης (ή απόκλισης) ακτίνων που είναι παράλληλες σε δευτερεύοντες άξονες ενός συγκλίνοντος (ή αποκλίνοντος) φακού (Σχήμα 3.4-12).

Η πρωτεύουσα και η δευτερεύουσα κύρια εστία ορίζονται συμβατικά με βάση τη φορά πρόσπτωσης της δέσμης του φωτός. Αν αναστραφεί η φορά, οι εστίες απλώς αλλάζουν ρόλους. Κύρια λειτουργία ενός φακού είναι η απεικόνιση, η δημιουργία δηλαδή ειδώλου, πραγματικού ή φανταστικού, ενός αντικειμένου που τοποθετείται εμπρός του. Μια δέσμη παράλληλων ακτίνων που προσπίπτει στον φακό του Σχήμα 3.4-11 γ, συγκλίνει και σχηματίζει πραγματικό είδωλο μετά από την διέλευσή της από τον φακό. Ο φακός αυτός ονομάζεται **συγκλίνων φακός**. Η εστιακή του απόσταση είναι θετική και ο φακός αυτός είναι ένας **θετικός φακός**.

Μια δέσμη παράλληλων ακτίνων όταν προσπίπτει σε φακό όπως στο Σχήμα 3.4-11δ, αποκλίνει και σχηματίζει φανταστικό είδωλο μετά από την διάθλασή της από τον φακό. Αυτός ο φακός ονομάζεται **αποκλίνων φακός**. Η εστιακή του απόσταση του φακού προκύπτει αρνητική γιατί και ο φακός αυτός ονομάζεται **αρνητικός φακός**.



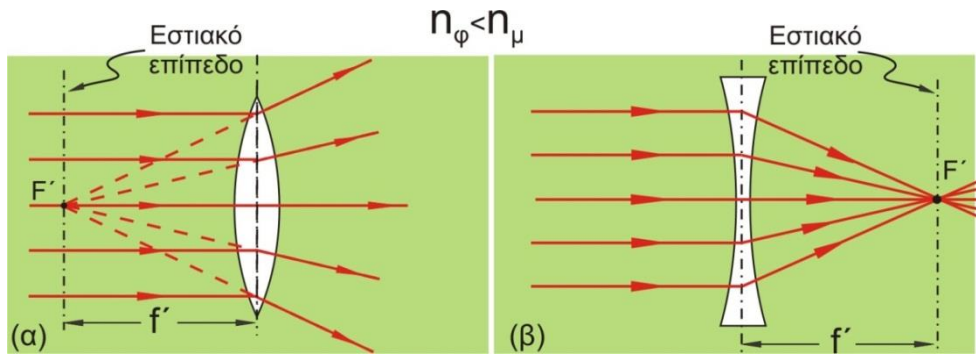
**Σχήμα 1.4-12** Στο σχήμα απεικονίζεται το εστιακό επίπεδο  $\sigma$ , καθώς και δέσμες ακτίνων παράλληλες (i) με τον κύριο άξονα και (ii) με δευτερεύοντα άξονα σε συγκλίνοντα (α) και αποκλίνοντα φακό (β).

Γενικά ένας φακός που περιβάλλεται από υλικό με μικρότερο δείκτη διάθλασης θα είναι συγκλίνων αν είναι παχύτερος στο κέντρο του και αποκλίνων αν είναι λεπτότερος. Αντιθέτως αν περιβάλλεται με οπτικώς πυκνότερο μέσο και είναι παχύτερος στο κέντρο θα είναι αποκλίνων (**Error! Reference source not found.**α), ενώ αν είναι λεπτότερος θα είναι συγκλίνων (Σχήμα 1.4-13. β).

Με βάση τις ιδιότητες των χαρακτηριστικών στοιχείων ενός φακού που προαναφέραμε, μπορούμε να προσδιορίσουμε γραφικά τη θέση του ειδώλου (βλέπε § 1.4.7.4). Αν εφαρμόσουμε τη σχέση απεικόνισης του σφαιρικού δίοπτρου (1.4.21) διαδοχικά στα δύο δίοπτρα ενός συγκλίνοντος φακού, υποθέτοντας ότι οι ακτίνες καμπυλότητάς τους είναι  $R_1$  και  $R_2$  και λαμβάνοντας υπόψη τις συμβάσεις για τα πρόσημα στα δίοπτρα θα έχουμε:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (1.4.25)$$

Η σχέση αυτή είναι γνωστή σαν **τύπος των κατασκευαστών φακών**.



Σχήμα 1.4-13 Δευτερεύουσες εστιακές αποστάσεις (α) σε αποκλίνοντα και (β) σε συγκλίνοντα φακό όταν  $n_\phi < n_\mu$ .

Οι συμβάσεις προσήμων για τους φακούς είναι ίδιες με αυτές των διόπτρων (**Error! Reference source not found.**). Θεωρούμε ότι το υλικό του φακού έχει δείκτη διάθλασης  $n_2 = n$  και βρίσκεται μέσα στον αέρα ( $n_1 = 1$ ). Αν στην παραπάνω σχέση τεθεί  $s = \infty$  (ή  $s' = \infty$ ) τότε η απόσταση  $s'$  (ή  $s$ ) προσδιορίζει την εστιακή απόσταση  $f$  (ή  $f'$ ) του φακού δηλαδή:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f'} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \tag{1.4.25}$$

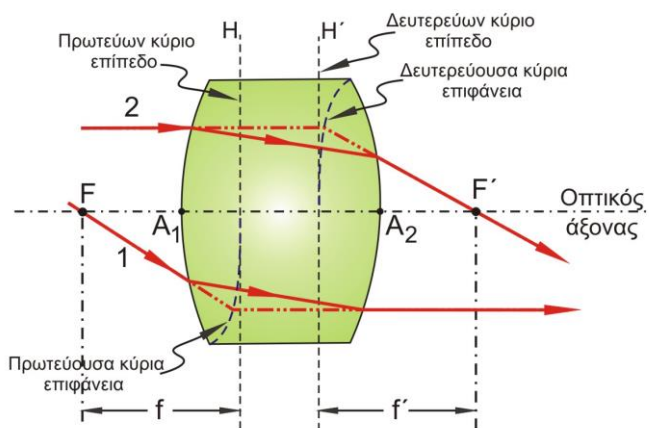
Με την εισαγωγή της εστιακής απόστασης  $f$  η σχέση (1.4.25) γίνεται:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \tag{1.4.26}$$

Το αντίστροφο της εστιακής απόστασης είναι γνωστό σαν **ισχύς P** του φακού. Αν η εστιακή απόσταση εκφράζεται σε μέτρα (m), τότε οι μονάδες της ισχύος είναι οι **διοπτρίες** (dpt)

### 1.4.7.3. Παχείς φακοί

Στην προηγούμενη παράγραφο ορίσαμε σαν παχύ φακό, ένα σφαιρικό δίοπτρο το πάχος του οποίου δεν είναι αμελητέο σε σχέση με τις ακτίνες καμπυλότητας. Στην γενικότερη περίπτωση σαν παχύ φακό θεωρούμε κάθε σύστημα δύο ή περισσότερων φακών που το διαπραγματευόμαστε σαν ενιαίο σύνολο.



Σχήμα 1.4-14 Χαρακτηριστικά στοιχεία παχύ φακού

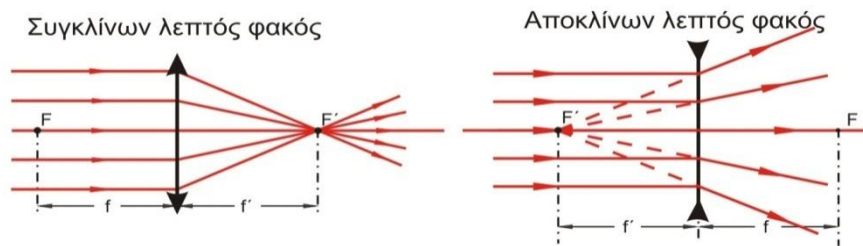
Στους παχείς φακούς εκτός από τις έννοιες των εστιών  $F$  και  $F'$ , που ορίζονται με τον ίδιο τρόπο όπως και στους λεπτούς, εισάγουμε την έννοια των κυρίων επιφανειών. Ακτίνες που διέρχονται από την πρώτη εστία  $F$  και προσπίπτουν

στο φακό μετά τη έξοδό τους από αυτόν κινούνται παράλληλα με τον οπτικό άξονα Σχήμα 3.4-14 ακτίνα

1). Οι προεκτάσεις των προσπιπτόντων και των αντίστοιχων αναδυομένων ακτίνων τέμνονται κάθε φορά σε ένα σημείο. Το σύνολο των σημείων σχηματίζουν την **πρωτεύουσα (ή εμπρόσθην) κύρια επιφάνεια (H)**. Κοντά στον οπτικό άξονα, η επιφάνεια αυτή γίνεται σχεδόν επίπεδη και συνήθως ονομάζεται **πρωτεύων (ή εμπρόσθιο) κύριο επίπεδο**. Ομοίως ορίζεται το **δευτερεύων (ή όπισθεν) κύριο επίπεδο (H')**, ως το σύνολο των σημείων στα οποία

τέμνονται οι προεκτάσεις των προσπιπτόντων, παράλληλα με τον οπτικό άξονα του φακού, ακτίνων και των αντίστοιχων αναδυομένων που διέρχονται από την εστία  $F'$ . Τα κύρια επίπεδα είναι λοιπόν δύο (φανταστικά) επίπεδα όπου θεωρούμε ότι διαθλώνται οι ακτίνες, αντικαθιστώντας τις πραγματικές επιφάνειες των φακών. Για ένα δεδομένο σύστημα φακών, τα κύρια επίπεδα είναι σταθερά και δεν εξαρτώνται από τις θέσεις των αντικειμένων. Είναι φανερό ότι, τα εστιακά επίπεδα χρησιμεύουν σαν θέσεις αναφοράς. Για να ισχύουν οι σχέσεις των λεπτών φακών, οι εστιακές αποστάσεις  $f$  και  $f'$  καθώς και οι θέσεις του αντικειμένου και του ειδώλου θα πρέπει να μετρούνται από τα κύρια επίπεδα. Στις σχέσεις αυτές δεν λαμβάνεται υπόψη η απόσταση μεταξύ των κυρίων επιπέδων. Οι εστιακές αποστάσεις  $f$  και  $f'$  ονομάζονται συνήθως **ενεργές εστιακές αποστάσεις**.

Αν και τα κύρια επίπεδα είναι χρήσιμα για τον σχεδιασμό συστημάτων φακών και την πορεία των ακτίνων, δεν είναι εύχρηστα στις πειραματικές διατάξεις γιατί μπορεί να βρίσκονται είτε εντός, είτε εκτός του φακού, εκατέρωθεν του ή να είναι και τα δύο προς τη μία πλευρά του φακού. Πιο χρήσιμες είναι οι **εμπρός και πίσω εστιακές αποστάσεις**, που είναι οι αποστάσεις των εστιών  $F$  και  $F'$  από τις κορυφές  $A_1$  και  $A_2$  των δύο επιφανειών του παχέως φακού αντίστοιχα. Επίσης η σειρά τους εξαρτάται από το είδος του φακού. Η βασική ιδιότητά που καθορίζει και τη θέση τους είναι, ότι ένα υποθετικό αντικείμενο που τοποθετείται στη θέση του κυρίου επιπέδου, σχηματίζει ισομεγέθες είδωλο στη θέση του άλλου. Στους λεπτούς φακούς τα δύο κύρια επίπεδα συμπίπτουν σε ένα και η θέση του είναι στο κέντρο του λεπτού φακού. Σχηματικά ένας λεπτός φακός μπορεί να παρασταθεί με μια γραμμή και δύο βελάκια στις άκρες του. Η κατεύθυνση των βελών είναι τέτοια ώστε να αντιλαμβανόμαστε οπτικά το είδος των φακών. Για τον συγκλίνοντα φακό τα βέλη κατευθύνονται προς τα έξω, ώστε να δηλώνουν ότι τα άκρα του φακού είναι λεπτότερα από το κέντρο, ενώ έχουμε το αντίθετο στους αποκλίνοντες φακούς (Σχήμα 3.4-15).

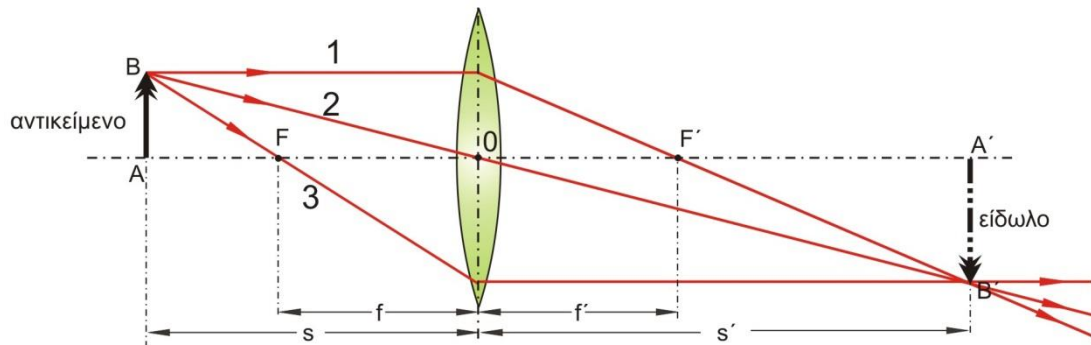


Σχήμα 1.4-15 Σχηματική περιγραφή λεπτού συγκλίνοντος και αποκλίνοντος φακού.

#### 1.4.7.4. Γραφικές μέθοδοι για φακούς

Μπορούμε να προσδιορίσουμε τη θέση και το μέγεθος του ειδώλου που σχηματίζει ένας λεπτός φακός, με μια απλή γραφική μέθοδο. Σύμφωνα με την μέθοδο αυτή, προσδιορίζεται το σημείο τομής μερικών χαρακτηριστικών ακτίνων που ονομάζονται **κύριες ακτίνες** που προέρχονται από σημείο του αντικειμένου που δεν βρίσκεται πάνω στον οπτικό άξονα. Η κοινή τομή αυτών των ακτίνων, αφού περάσουν από τον φακό, προσδιορίζει τη θέση και το μέγεθος του ειδώλου. Τα παρακάτω σχήματα δείχνουν τις τρεις κύριες ακτίνες, η εύρεση της πορείας των οποίων είναι εύκολη υπόθεση:

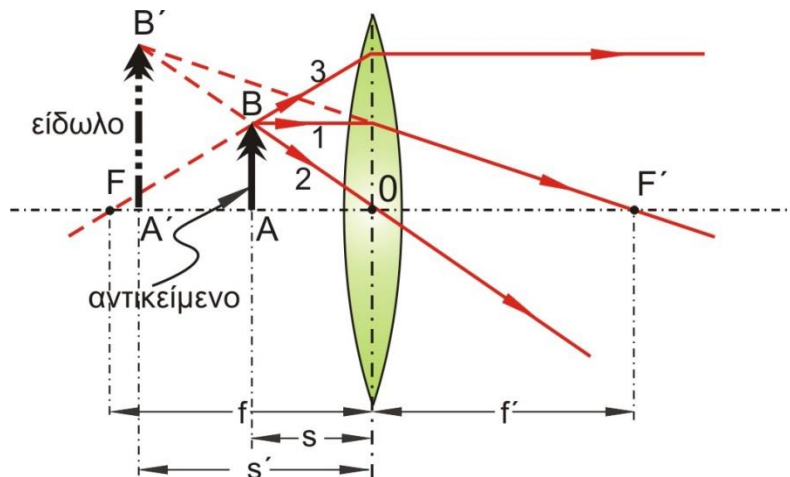
- α. Μια **ακτίνα παράλληλη προς τον οπτικό άξονα**, μετά την διάθλασή της από τον φακό, διέρχεται από την δευτερεύουσα εστία  $F'$  ενός συγκλίνοντος φακού ή φαίνεται ότι προέρχεται από την πρωτεύουσα εστία ενός αποκλίνοντος φακού.
- β. Μια **ακτίνα διερχόμενη από το κέντρο του φακού** (σημείο τομής του κύριου επιπέδου  $H$  και οπτικού άξονα) δεν αποκλίνει αισθητά από την ευθύγραμμη πορεία της.



Σχήμα 1.4-16 Σχηματισμός ειδώλου από λεπτό συγκλίνοντα φακό, όταν  $s > f$ . Οι κύριες ακτίνες είναι αριθμημένες

γ. Μια ακτίνα διερχόμενη από (ή κατευθυνόμενη προς) την πρωτεύουσα εστία  $F$ , τέμνει το κύριο επίπεδο  $H$  σε ένα σημείο και εξέρχεται παράλληλα προς το άξονα του φακού.

Όταν το είδωλο είναι πραγματικό, η θέση του σημειακού ειδώλου προσδιορίζεται από την τομή οποιουδήποτε ζεύγους κυρίων ακτίνων (Σχήμα 3.4-16). Ένα πραγματικό είδωλο μπορούμε να το παρατηρήσουμε μόνο επάνω σε μια οθόνη-πέτασμα.

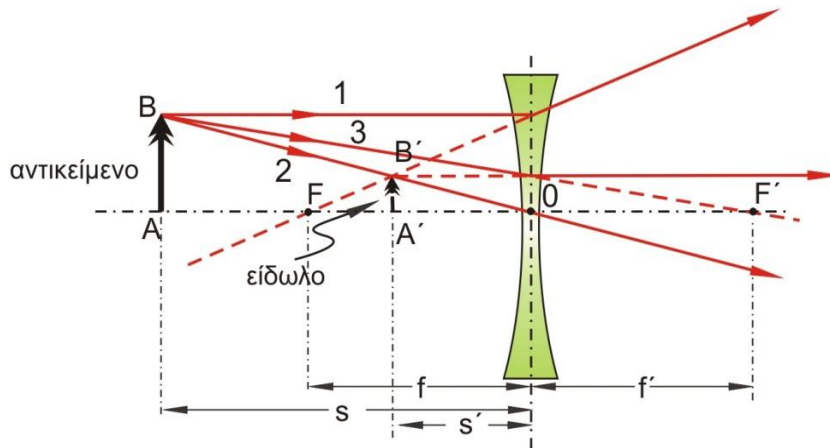


Σχήμα 1.4-17 Σχηματισμός ειδώλου από λεπτό συγκλίνοντα φακό  $s < f$ . Οι κύριες ακτίνες είναι αριθμημένες.

Όταν το είδωλο είναι φανταστικό (Σχήμα 3.4-17, Σχήμα 3.4-18) οι εξερχόμενες ακτίνες αποκλίνουν και πρέπει να τις προεκτείνουμε προς τα πίσω για να τμηθούν (ένα φανταστικό είδωλο δεν μπορούμε να το παρατηρήσουμε πάνω σε οθόνη παρά μόνο βάζοντας το μάτι μας ή συγκλίνοντα φακό στην πορεία των ακτίνων που αποκλίνουν). Μόλις εντοπιστεί το σημειακό είδωλο, μπορούμε να σχεδιάσουμε οποιαδήποτε άλλη ακτίνα από το ίδιο σημειακό αντικείμενο.

Τα ίδια σε γενικές γραμμές ισχύουν και για τον προσδιορισμό του ειδώλου ενός αντικείμενου που σχηματίζει ένας παχύς φακός (Σχήμα 3.4-19). Είδαμε ότι τα κύρια επίπεδα στον παχύ φακό έχουν μια σπουδαία ιδιότητα: η πλευρική μεγέθυνση μεταξύ τους είναι μοναδιαία και θετική, δηλαδή η νοητή πορεία των ακτίνων μεταξύ τους είναι παράλληλη προς τον οπτικό άξονα του φακού. Το γεγονός αυτό το χρησιμοποιούμε για τις γραφικές απεικονίσεις μέσω των παχέων φακών με βάση της λογική της απεικόνισης μέσω λεπτών φακών. Αρκεί μόνο οι εστιακές αποστάσεις και οι θέσεις των αντικειμένων να προσμετρούνται από τα κύρια επίπεδα  $H$  και  $H'$ . Έχουμε τότε:

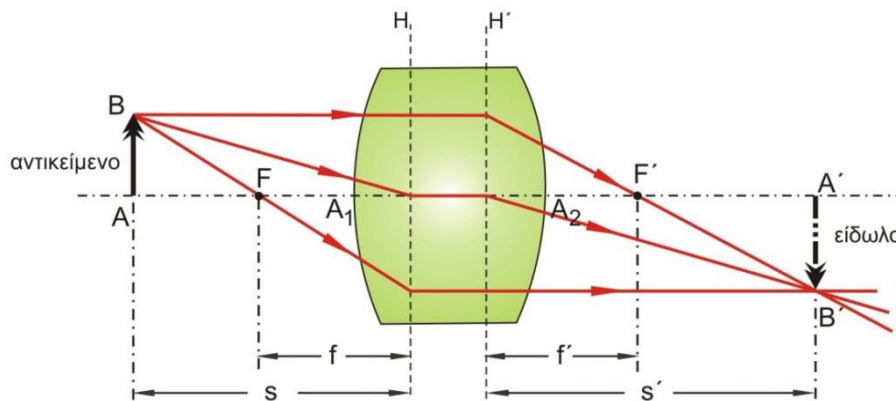
- α. Μια **ακτίνα παράλληλη προς τον οπτικό άξονα**, μετά την διάθλασή της από τον φακό, τέμνει το κύριο επίπεδο **H** σε ένα σημείο και συνεχίζει την ίδια κατεύθυνση τέμνοντας



Σχήμα 1.4-18 Σχηματισμός ειδώλου από λεπτό αποκλίνοντα φακό. Οι κύριες ακτίνες είναι αριθμημένες

το **H'**. Μετά κατευθύνεται προς την εστία **F'**.

- β. Μια **ακτίνα διερχόμενη από το κέντρο του φακού** (σημείο τομής του κύριου επιπέδου **H** και οπτικού άξονα) συνεχίζει παράλληλα προς τον οπτικό άξονα μέχρι το **H'** (αποκλίνει από την ευθύγραμμη πορεία της), στην συνέχεια εξέρχεται ακολουθώντας πορεία παράλληλη με την αρχική διεύθυνσή της.



Σχήμα 1.4-19 Σχηματισμός ειδώλου από παχύ φακό. Οι κύριες ακτίνες είναι αριθμημένες

- γ. Μια **ακτίνα διερχόμενη από (ή κατευθυνόμενη προς) την πρωτεύουσα εστία **F****, τέμνει το κύριο επίπεδο **H** σε ένα σημείο και συνεχίζει την πορεία της παράλληλα προς τον κύριο άξονα του φακού και αφού τμήσει το **H'**.

Ως **μεγέθυνση** ορίζεται ο λόγος των μεγεθών ειδώλου και αντικειμένου. Εύκολα προκύπτει από τα σχήματα ότι:

$$M = \frac{A'B'}{AB} = -\frac{s'}{s} \quad (1.4.27)$$

### 1.4.7.5. Σύνθετοι φακοί, Ισχύς φακού

Σε πολλές περιπτώσεις χρησιμοποιούνται περισσότεροι του ενός φακοί σε σειρά και σε επαφή μεταξύ τους. Σ' αυτή την περίπτωση λέμε ότι έχουμε ένα **σύνθετο φακό** ( Σχήμα 3.4-20). Για την περίπτωση που έχουμε ένα σύστημα δύο λεπτών φακών  $\Phi_1$  και  $\Phi_2$ , με εστιακές αποστάσεις  $f_1$  και  $f_2$ , που **βρίσκονται σε επαφή** έτσι ώστε να έχουν κοινό κύριο άξονα (Σχήμα 3.4-21), θα αποδείξουμε ότι ισχύει η σχέση  $P_{συν} = P_1 + P_2$  όπου  $P_1$  και  $P_2$  οι ισχύες των φακών  $\Phi_1$  και  $\Phi_2$  αντίστοιχα. Η απεικόνιση από κάθε φακό αντιμετωπίζεται χωριστά και τα αποτελέσματα συνδυάζονται. Για κάθε φακό οι αποστάσεις μετρώνται από το αντίστοιχο οπτικό κέντρο, αλλά στην περίπτωση των λεπτών φακών μπορούμε να θεωρήσουμε ως κοινό οπτικό κέντρο το κέντρο του συστήματος φακών (στην προκειμένη περίπτωση το σημείο επαφής τους πάνω στον οπτικό άξονα). Έστω ένα σημείο  $O$  πάνω στον κύριο άξονα σε απόσταση  $s$  του οποίου το είδωλο βρίσκεται σε απόσταση  $s'$ . Για την απεικόνιση μέσω του φακού  $\Phi_1$  ισχύει:



Σχήμα 1.4-20 Σύστημα φακών

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f_1} \quad (1.4.28)$$

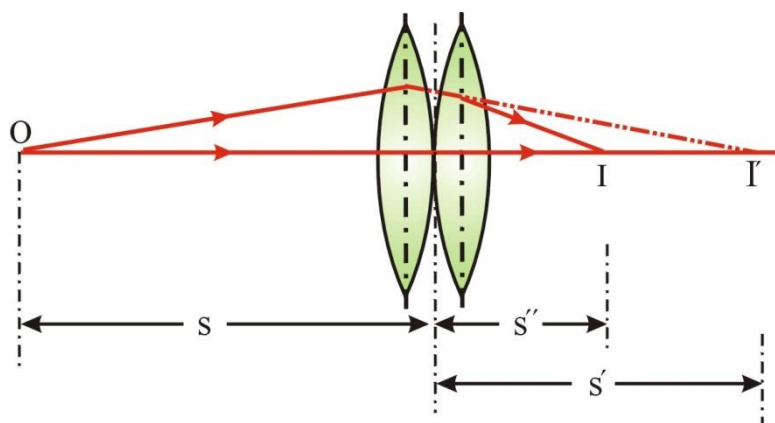
ενώ για το φακό  $\Phi_2$  ο οποίος έχει ως αντικείμενο το είδωλο του φακού  $\Phi_1$  ισχύει:

$$-\frac{1}{s'} + \frac{1}{s''} = \frac{1}{f_2} \quad (1.4.29)$$

Ο συνδυασμός των δύο εξισώσεων δίνει:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s''} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (1.4.30)$$

Αν θεωρήσουμε ότι το σύστημα των δύο φακών (σύνθετος φακός) αντικαθίσταται από ένα νέο φακό με το ίδιο αποτέλεσμα τότε θα ισχύει



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s''} = \frac{1}{f} \quad (1.4.31)$$

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f}$$

οπότε προκύπτει ότι:  $P = P_1 + P_2$  (1.4.32)

Γενικά για ένα σύνολο λεπτών φακών σε επαφή, η εστιακή απόσταση του σύνθετου φακού ικανοποιεί την σχέση

$$\frac{1}{f_{\text{συνθ}}} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{f_i} \quad (1.4.33)$$

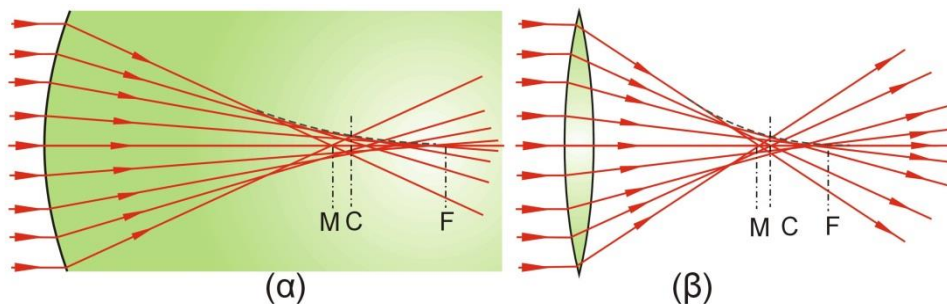
ή

$$P_{\text{συνθ}} = \sum_{i=1}^m P_i, \quad (1.4.34)$$

### 1.4.8. Σφάλματα φακών

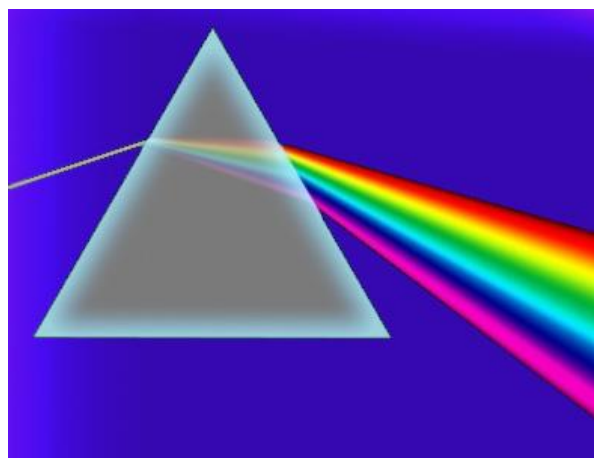
Σχήμα 1.4-21 Σύστημα δυο συγκλινόντων φακών.

Η μελέτη της θεωρίας των σφαιρικών διόπτρων, των λεπτών καθώς και των παχέων φα-



Σχήμα 1.4-23 Σφάλμα σφαιρικής εκτροπής (α) μέσω σφαιρικού διόπτρου και (β) μέσω συγκλίνοντος φακού

κών, έγινε με βάση την παραξονική προσέγγιση (Gauss) για τις ακτίνες του φωτός. Από το τελευταίο συνεπάγεται ότι οι εστίες των προαναφερόμενων οπτικών στοιχείων (θέσεις σύγκλισης μετά την πρόσπτωση σ' αυτά παραλλήλων δεσμών ακτίνων κοντά στον οπτικό άξονα), είναι σημεία. Όταν όμως η διάμετρος της διατομής των προσπιπτόντων δεσμών είναι συγκρίσιμη με αυτή των διαμέτρων των φακών, τότε στην πράξη συμβαίνουν τα εξής: Ακτίνες που προέρχονται από περιφερειακές ζώνες, εστιάζονται αρκετά πιο κοντά (σημείο M, Σχήμα 3.4-22) σε σχέση με τις παραξονικές ακτίνες (σημείο F, που το ονομάσαμε εστία F του οπτικού μας συστήματος). Όλες οι υπόλοιπες ζώνες από τις παραξονικές μέχρι τις περιφερειακές, εστιάζονται σε ενδιάμεσα σημεία επάνω στον οπτικό άξονα από το σημείο F ως το M. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **σφαιρική εκτροπή**. Στο Σχήμα 3.4-23, παριστάνεται η σφαιρική εκτροπή ενός σφαιρικού διόπτρου (α) και ενός λεπτού θετικού φακού (β). Το ίδιο σφάλμα εμφανίζεται στους παχείς φακούς, καθώς και σε αντίστοιχα οπτικά συστήματα εμπεριέχονται πολλούς φακούς και οποιοδήποτε δείκτη διάθλασης.



Η περιβάλλουσα όλων των ακτίνων με διαφορετική κλίση ονομάζεται **καυστική** Σχήμα 1.4-22 Ανάλυση λευκού φωτός μέσα από ένα πρίσμα.

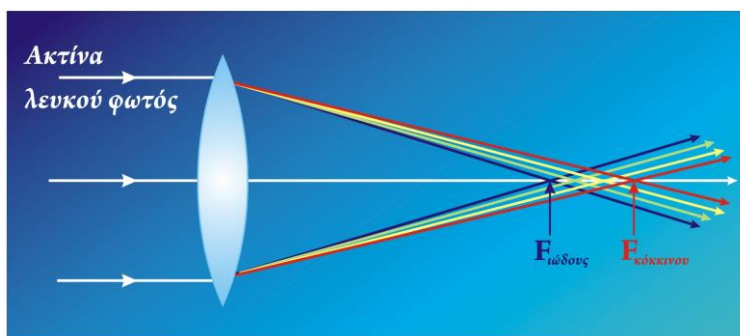


**επιφάνεια.** Κάθε περιφερειακή ακτίνα που διαδίδεται εκτός του οπτικού άξονα, τέμνει την καυστική επιφάνεια στο σημείο C, όπου η διάμετρος της κυκλικής διατομής της συνολικής δέσμης των ακτίνων έχει την ελάχιστη τιμή. Η κυκλική αυτή διατομή λέγεται **κύκλος ελαχίστης ασάφειας**. Σε αυτή τη θέση έχουμε την καλύτερη εστίαση για το σύνολο της δέσμης των ακτίνων.

Οι φακοί μπορεί να εμφανίζουν ακόμη και **χρωματικά σφάλματα** που οφείλονται στο ότι οι διαθλαστικές ιδιότητες του φακού μεταβάλλονται με το μήκος κύματος, εξαιτίας της μεταβολής του δείκτη διάθλασης του υλικού του φακού με αυτό (διασκεδασμός φωτός).

Γνωρίζουμε ότι όταν μια ακτίνα λευκού φωτός προσπέσει σε ένα πρίσμα, θα αναλυθεί σε μια σειρά χρωμάτων από το κόκκινο (R) με τη μικρότερη γωνία εκτροπής μέχρι το ιώδες (V) με τη μεγαλύτερη εκτροπή. Το ίδιο ακριβώς θα συμβεί αν ακτίνα λευκού φωτός προσπέσει σε ένα λεπτό ή παχύ φακό ή σ' ένα σύστημα φακών. Στο Σχήμα 3.4-24 μια δέσμη λευκού φωτός πέφτει σ' ένα λεπτό φακό παράλληλα με τον οπτικό του άξονα. Λόγω της ανάλυσης του φωτός οι ακτίνες με 'διαφορετικά χρώματα' δεν θα εστιαστούν σ' ένα σημείο του οπτικού άξονα αλλά σε μια περιοχή, μεταξύ της εστίας της κόκκινης ( $F_{\text{κόκκινο}}$ ) και της ιώδους ( $F_{\text{ιώδους}}$ ). Από το ίδιο σχήμα παρατηρούμε επίσης ότι αρχικά εστιάζουν οι ιώδεις και τελικά οι κόκκινες ακτίνες με ενδιάμεσα τα υπόλοιπα χρώματα της ιριδας. Αυτό θα έχει σαν συνέπεια αρχικά η εξωτερική επιφάνεια του κώνου των αναλυμένων ακτίνων να είναι κόκκινη και η εξωτερική επιφάνεια της προέκτασης των ακτίνων μετά την σύγκλισή τους να είναι ιώδης.

Αν τελικά μαζί με το φαινόμενο της χρωματικής εκτροπής λάβουμε υπόψη μας και τη σφαιρική εκτροπή, τότε στην περίπτωση φωτισμού του φακού με δέσμη ακτίνων λευκού φωτός ευρείας έκτασης, τα δύο σφάλματα θα συνυπάρχουν. Είναι εύκολο όμως ν' απομονώσουμε το χρωματικό σφάλμα παρεμβάλλοντας ένα φίλτρο μπροστά στη δέσμη, μετατρέποντάς την σε σχεδόν μονοχρωματική.



Σχήμα 1.4-24 Σφάλμα σφαιρικής και χρωματικής εκτροπής σε λεπτό συγκλίνοντα φακό

Στην βασική διάταξη φωτισμού των φακών, μπορούμε να προσθέσουμε φίλτρο για να δημιουργήσουμε μονοχρωματικό φως και να αποφύγουμε τα σφάλματα χρωματικής εκτροπής, καθώς και διάφραγμα για να ελαττώσουμε τα σφάλματα σφαιρικής εκτροπής, περιορίζοντας την έκταση της δέσμης. Εκτός από αυτά τα σφάλματα φωτός οι φακοί εμφανίζουν πληθώρα άλλων σφαλμάτων, όπως ο αστιγματισμός, η κόμη, το μινσειδές. Foucault.