

Πρώτη επαφή με το μαθηματικό πακέτο **Mathematica**

Με δύο λόγια, μπορούμε να πούμε ότι η **Mathematica** είναι ένα πρόγραμμα που το χρησιμοποιούμε για να κάνουμε αναλυτικούς και αριθμητικούς υπολογισμούς αλλά και γραφικά, με τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή, συνεπώς είναι ένα ανεκτίμητο εργαλείο για κάθε έναν που κάνει τακτικά πολύπλοκους μαθηματικούς υπολογισμούς.

Η **Mathematica** είναι ένα ολοκληρωμένο μαθηματικό πακέτο με πάρα πολλές δυνατότητες σε σχεδόν όλους τους τομείς των μαθηματικών (Άλγεβρα, Θεωρία συνόλων, Ανάλυση, διαφορικές εξισώσεις, Στατιστική κ.α.). Αυτό το κάνει χρήσιμο σε πάρα πολλά πεδία των θετικών επιστημών όπως Υπολογιστές, Φυσική, Χημεία, Βιολογία, Γεωλογία, Στατιστική, Ηλεκτρολογία, Μηχανολογία κ.α. Η πρώτη εμφάνισή του έγινε στα τέλη της δεκαετίας του 80 και ήταν ένας πυρήνας (εκτέλεσης εντολών) ο οποίος μπορούσε να προσαρμοστεί σε κάθε λειτουργικό σύστημα (π.χ. Unix, MacOS, Windows κ.α.). Έκτοτε, αναπτύσσεται από την εταιρία Wolfram Research αλλά ο κοινός αυτός πυρήνας (Kernel) υπάρχει ακόμη και σήμερα (βελτιωμένος και εμπλουτισμένος), ενώ η σύνδεσή του με τον χρήστη γίνεται μέσω ενός Notebook interface (περιβάλλον εργασίας) που αλλάζει από λειτουργικό σε λειτουργικό.

Η τελευταία έκδοση για Windows είναι η έκδοση 4.2. Η ύπαρξη του κοινού πυρήνα, επιβάλλει αρκετά χαμηλή ταχύτητα επεξεργασίας (σε σχέση με τις γλώσσες προγραμματισμού C, Pascal, VBasic κ.α.), αστάθεια του προγράμματος και αυξημένες απαιτήσεις για μνήμη.

Το βασικό πλεονέκτημα του προγράμματος είναι ότι δίνει τη δυνατότητα και σε κάποιον που δεν γνωρίζει προγραμματισμό, να παράγει εντυπωσιακά αποτελέσματα, με λίγες εντολές που είναι πολύ λογικές μια και ακολουθούν τον τρόπο που σκεπτόμαστε.

Αντίθετα το βασικό «μειονέκτημα» του προγράμματος, όταν κάποιος ξεκινά να δουλεύει με αυτό, είναι ότι περιέχει χιλιάδες εντολές –σημαντικές– που ο νέος χρήστης νομίζει ότι πρέπει να μάθει πριν ξεκινήσει.

Περιλαμβάνει λοιπόν, έναν μεγάλο αριθμό εσωτερικών συναρτήσεων και έτοιμων υποπρογραμμάτων που είναι ενσωματωμένα σε μια ευέλικτη γλώσσα προγραμματισμού. Κάθε μία από το πλήθος αυτό των υποπρογραμμάτων και ενσωματωμένων συναρτήσεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε αυτόνομα οπότε ο χρήστης πληκτρολογεί την εντολή και παίρνει άμεσα την απάντηση, είτε να ενσωματωθεί στα πλαίσια προγραμμάτων στο περιβάλλον της **Mathematica**, που εκτελούν μαζικά σειρά εντολών.

- Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, το πακέτο αποτελείται από δύο μέρη. Τον πυρήνα (Kernel) ο οποίος περιέχει τον κώδικα επεξεργασίας των εντολών και το Notebook interface μέσα από το οποίο επικοινωνεί ο χρήστης με τον πυρήνα.
- Μόλις ξεκινά το πρόγραμμα, ο χρήστης έχει μπροστά του ένα άδειο Notebook στο οποίο μπορεί εισάγει μία εντολή ή ένα σύνολο από εντολές (μετά το **In[1]:=...**).
- Πατώντας **SHIFT + ENTER** οι εντολές αυτές στέλνονται στον πυρήνα (με απλό **ENTER** απλώς πάμε στην επόμενη γραμμή, από όπου μπορούμε αν θέλουμε να γράψουμε νέα εντολή) ο οποίος τις εκτελεί μία- μία με τη σειρά και στέλνει τα αποτελέσματα ξανά πίσω στο

Notebook (μετά το **Out[i]:=...**).

- Αρχικά ο πυρήνας δεν είναι ενεργοποιημένος αλλά ενεργοποιείται την πρώτη φορά που θα εκτελέσουμε κάποια εντολή.
- Οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται είναι **Global** (δηλαδή είναι δηλωμένες στον πυρήνα και οι τιμές τους μπορούν να ανακληθούν ή τροποποιηθούν οποιαδήποτε στιγμή μετά τον ορισμό τους) εκτός αν δηλωθούν διαφορετικά (π.χ. ως **Local** μέσα σε ένα **Module** οπότε μετά το τέλος του δεν υφίστανται).
- Εάν υπάρχει κάτι μη αποδεκτό από τη **Mathematica** στο **In**, τότε στο **Out** εμφανίζεται κάποιο προειδοποιητικό μήνυμα. Εάν έχουμε ζητήσει την εκτέλεση κάποιων σύνθετων εντολών και το πρόγραμμα καθυστερεί να αποκριθεί (π.χ. λόγω εισαγωγής σε ατέρμονα βρόγχο) τότε μπορούμε να διακόψουμε την εκτέλεση από το / **Kernel / Quit Kernel**.
- Αν στο τέλος κάποιας εντολής υπάρχει “;” τότε όταν η εντολή εκτελείται, τα αποτελέσματα δεν εμφανίζονται (μπορούν όμως π.χ. να χρησιμοποιηθούν για τις επόμενες εντολές). Επίσης είναι χρήσιμο να παρατηρήσουμε ότι το πρόγραμμα κάνει διάκριση μεταξύ πεζών - κεφαλαίων γραμμάτων (Οι εντολές όλες είναι με πεζά εκτός από το πρώτο γράμμα).

Η Mathematica έχει την δυνατότητα να πραγματοποιεί (μέσα από εκατοντάδες functions) κυρίως τρεις κατηγορίες εντολών:

- i) Αριθμητικούς υπολογισμούς (π.χ. **5+7, 3^100, N [Pi^2, 50]**),
- ii) Συμβολικό λογισμό (π.χ. **Integrate [x^4/(x^2-1) , x]**),
- iii) Γραφικές παραστάσεις (π.χ. **Plot[Sin[x], {x,0,2*Pi}]**).

ενώ επίσης υπάρχουν και πολλές εντολές χειρισμού δομών δεδομένων (λίστες - πίνακες), επανάληψης (**Do, While**), λογικές (**If**), εμφάνισης αποτελεσμάτων (**Print**) κ.α. οι οποίες συνδυαζόμενες μπορούν να αποτελέσουν ολοκληρωμένα προγράμματα.

Υπάρχουν επίσης ολοκληρωμένα πακέτα (**packages**) τα οποία μπορούν να ενεργοποιηθούν και να μας προσφέρουν ακόμη περισσότερες εξειδικευμένες εντολές (π.χ. υπάρχουν αρκετά **Statistical Packages** που περιέχουν επιπλέον εντολές και συναρτήσεις).

Οι εντολές και οι συναρτήσεις του Mathematica είναι πολλές εκατοντάδες αλλά παρουσιάζονται ορισμένες βασικές καθώς και ορισμένες εντολές που θα είναι χρήσιμες στη συνέχεια. Για μία πλήρη παρουσίαση όλων των εντολών και των δυνατοτήτων του Mathematica μπορεί όποιος ενδιαφέρεται να ανατρέξει στο αναλυτικότατο help Browser του Notebook.

Η χρήση της μοιάζει με μια συζήτηση. Ο χρήστης πληκτρολογεί μια ερώτηση και η Mathematica απαντά με το αποτέλεσμα. Το πρόγραμμα αναθέτει έναν αύξοντα αριθμό σε κάθε ζευγάρι ερώτησης – απάντησης. Η ερώτηση σημειώνεται με **In[n]** και η απάντηση (**Out[n]**).

Θα πρέπει ένας που ξεκινά την εκμάθηση του προγράμματος, να ξεκινήσει μαθαίνοντας πως συντάσσονται οι απλές εντολές, πως χρησιμοποιούνται οι μεταβλητές, και πως ορίζονται απλές συναρτήσεις, ενώ για τα συνθετότερα μπορεί να συμβουλευτεί την βοήθεια που το πρόγραμμα παρέχει.

Για να ζητήσουμε βοήθεια για κάποια εντολή, πληκτρολογούμε

?name <shift>+<enter> όπου name το όνομα της εντολής που θέλουμε να δούμε τι κάνει και πως συντάσσεται. Για περισσότερο αναλυτικές πληροφορίες μπορούμε να βάλουμε αντί για ένα ? δύο ??.

Το όνομα των συναρτήσεων κάθε φορά ξεκινά με κεφαλαίο γράμμα και τα ονόματα των εντολών είναι συγκεκριμένα και δεν πρέπει να αλλάζει καθόλου το όνομά τους.

Το % αναφέρεται στο αποτέλεσμα προηγούμενης εντολής, και έτσι προηγούμενα Outputs (απαντήσεις) μπορούν να αναφερθούν σε επόμενα Inputs με χρήση του συμβόλου %n (όπου n ο αριθμός του output).

Το = χρησιμοποιείται για να αναθέσουμε μία τιμή στο αριστερό μέλος που συνήθως είναι μία μεταβλητή. Το δεξιό μέλος μπορεί να είναι αριθμός, συνάρτηση, εξίσωση, διάνυσμα κλπ. Ό,τι ορίζεται κρατιέται στη μνήμη του υπολογιστή και για το λόγο αυτό θα πρέπει να είμαστε προσεκτικοί στα ονόματα των μεταβλητών που χρησιμοποιούμε. Μπορούμε να ανατρέξουμε την τιμή που έχουμε δώσει σε μία μεταβλητή, είτε με την εντολή Clear[x] (όπου x η μεταβλητή) είτε με την εντολή x=.

ΒΑΣΙΚΑ ΣΥΜΒΟΛΑ:

ΠΡΑΞΗ ή ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ	ΣΥΜΒΟΛΟ ΤΗΣ MATHEMATICA
Πρόσθεση	+
Αφαίρεση	-
Πολλαπλασιασμός	* ή διάκενο
Διαίρεση	/
Ύψωση σε δύναμη (x^n)	x^n
Τριγωνομετρικές συναρτήσεις	Sin[x], Cos[x], Tan[x], ...
Εκθετικό, Λογάριθμος	Exp[x], Log[x]
Υπερβολικές συναρτήσεις	Sinh[x], Cosh[x], Tanh[x], ...
Αντίστροφες τριγωνομετρικές ή υπερβολικές συναρτήσεις	ArcSin[x], ArcTan[x], ... ArcSinh[x], ArcTanh[x], ...
Απόλυτη τιμή του x	Abs[x]
Πρόσημο του x (=1 αν $x>0$, -1 αν $x<0$)	Sign[x]

“ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ” ΑΡΙΘΜΟΙ:

ΠΡΑΞΗ ή ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ	ΣΥΜΒΟΛΟ ΤΗΣ MATHEMATICA
e	E
π	Pi
∞	Infinity
i	I

ΕΝΤΟΛΕΣ:

ΕΝΤΟΛΗ	ΚΟΙΝΗ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ
Integrate [f[x], {x, a, b}	Ολοκλήρωσε τη συνάρτηση f(x) ως προς x από a έως b
D [f[x], x]	Παραγώγισε τη συνάρτηση f(x) ως προς x
Sum [f[n], {n, n _{min} , n _{max} }]	Άθροισε τη συνάρτηση f(n) (της ακέραιας μεταβλητής n) ως προς n από n _{min} έως n _{max} .

ΕΝΤΟΛΗ	ΚΟΙΝΗ ΔΙΑΤΥΠΩΣΗ
Plot [f[x], {x, a, b}	Σχεδιάζει τη γραφική παράσταση της συναρτήσεως f(x) για x από a έως b.
ParametricPlot	

In[6]:= **Sqrt**[16]

Out[6]= 4

In[8]:= **Exp**[2.3]

Out[8]= 9.97418

In[14]:= **Sin**[Pi / 2]

Out[14]= 1

In[15]:= **Log**[E ^ 5]

Out[15]= 5

In[16]:= **Round**[3.5564]

Out[16]= 4

In[18]:= **Round**[3.1234]

Out[18]= 3

In[20]:= **ArcCos**[Sqrt[3] / 2]

Out[20]= $\frac{\pi}{6}$

In[27]:= **ArcSin**[Sqrt[2] / 2]

Out[27]= $\frac{\pi}{4}$

In[23]:= **ArcTan**[1]

Out[23]= $\frac{\pi}{4}$

```
In[77]:= N[Tan[2], 30]
```

Untitled

```
Out[77]= -2.18503986326151899164330610231
```

```
Untitled-1 *  
  
In[1]:= 3 + 2 + 1  
Out[1]= 6  
  
In[2]:= 4 * Out[1]  
Out[2]= 24  
  
In[3]:= 10 * %  
Out[3]= 240  
  
In[4]:= 10 * %%%  
Out[4]= 60
```

```
Untitled-7 *  
  
In[78]:= Solve[4 x^2 + 3 x - 12 == 0, x]  
Out[78]= {{x ->  $\frac{1}{8} (-3 - \sqrt{201})$ }, {x ->  $\frac{1}{8} (-3 + \sqrt{201})$ }}  
  
In[79]:= {{x ->  $\frac{1}{8} (-3 - \sqrt{201})$ }, {x ->  $\frac{1}{8} (-3 + \sqrt{201})$ }} // N  
Out[79]= {{x -> -2.14718}, {x -> 1.39718}}
```

```
Untitled-8 *  
  
In[80]:= Solve[{x + y == 3, x - y == 2}, {x, y}]  
Out[80]= {{x ->  $\frac{5}{2}$ , y ->  $\frac{1}{2}$ }}
```

Untitled-5 *

In[57]:= $3x /. x \rightarrow 2$

Out[57]= 6

In[59]:= $4x^2 + 3x + 5 /. x \rightarrow 0.34$

Out[59]= 6.4824

6.482399999999999`

In[66]:= $3x + 5y \sin[xy] /. \{x \rightarrow 10, y \rightarrow 25\}$

Out[66]= $30 + 125 \sin[250]$

$30 + 125 \sin[250] // N$

-91.316

-91.31600244272566`

Untitled-9 *

In[87]:= $\text{Limit}[x \cos[x] / x, x \rightarrow 1]$

Out[87]= $\cos[1]$

In[88]:= **$\cos[1] // N$**

Out[88]= 0.540302

In[85]:= $\text{Limit}[1/x^2, x \rightarrow \text{Infinity}]$

Out[85]= 0

In[89]:= $\text{Limit}[x \log[x], x \rightarrow 0]$

Out[89]= 0

In[90]:= $\text{Limit}[(1 + 3x)^(1/x), x \rightarrow 0]$

Out[90]= e^3

In[91]:= **$e^3 // N$**

Out[91]= 20.0855

Untitled-12 *

In[119]:= **Sum**[x^i / i , {i, 1, 7}]

Out[119]= $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^6}{6} + \frac{x^7}{7}$

In[123]:= **Product**[$x + i$, {i, 1, 7}]

Out[123]= $(1 + x) (2 + x) (3 + x) (4 + x) (5 + x) (6 + x) (7 + x)$

Expand[(1 + x) (2 + x) (3 + x) (4 + x) (5 + x) (6 + x) (7 + x)]

Out[126]= $5040 + 13068 x + 13132 x^2 + 6769 x^3 + 1960 x^4 + 322 x^5 + 28 x^6 + x^7$

Series[$f[x]$, { x , a , 3}]

Out[1]= $f[a] + f'[a] (x - a) + \frac{1}{2} f''[a] (x - a)^2 + \frac{1}{6} f^{(3)}[a] (x - a)^3 + O[x - a]^4$

Series[$x \cos[x]$, { x , 0, 8}]

$$x - \frac{x^3}{2} + \frac{x^5}{24} - \frac{x^7}{720} + O[x]^9$$

Series[**Exp**[x], { x , 0, 10}]

$1 + x + x^2/2 + x^3/6 + x^4/24 + x^5/120 + x^6/720 + x^7/5040 + x^8/40320 + x^9/362880 + x^{10}/3628800 + O[x]^{11}$