

Εργασία 8-Δημιουργία γραφικών παραστάσεων με Mathematica

1. Κάντε τις γραφικές παραστάσεις των ακολούθων συναρτήσεων μέσα σε ένα διάστημα που εσείς θα επιλέξετε, ώστε το γράφημα να αντιπροσωπεύει επαρκώς τη συνάρτηση:

(α) $x e^x$ ($x > 0$) (β) $x^2 e^{-x}$ (γ) $\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x}$ ($x > 0$) (δ) $\sin x e^{-x}$ ($x > 0$) (ε) $(x^2 - 1)^{-1}$ ($-3 < x < 3$) (στ) $\tan^2 x$

2. Σχεδιάστε μαζί τα ακόλουθα ζεύγη συναρτήσεων και υπολογίστε στο συγκεκριμένο διάστημα που σχεδιάστηκαν το σημείο (ή τα σημεία) τομής τους:

(α) $\cos x, x$ ($0 < x < 2\pi$) (β) $4 - x^2, e^{-x}$ ($0 < x < 10$) (γ) $\tanh x, 2x$ ($-\pi < x < \pi$)
(δ) $\tan x, 4 - x$ ($-2\pi < x < 2\pi$) (ε) $\sinh x, \frac{1}{\cosh x}$ ($-\pi < x < \pi$) (στ) e^{-x}, x^2 ($0 < x < 1$)

3. Έστω οι παραμετρικές εξισώσεις:

α) $x = 31 \cos t - 7 \cos \frac{31}{7} t$ και $y = 31 \sin t - 7 \sin \frac{31}{7} t$, β) $x = 17 \cos t + 7 \cos \frac{17}{7} t$ και $y = 17 \sin t - 7 \sin \frac{17}{7} t$

γ) $x = \cos t + (1/2) \cos 7t + (1/3) \sin 17t$ και $y = \sin t + (1/2) \sin 7t + (1/3) \cos 17t$

Να γίνουν ξεχωριστά οι γραφικές παραστάσεις των καμπυλών όταν για τις (α), (β), $t \in [0, 14\pi]$ και για την (γ), $t \in [-5, 5]$.

4. Σχεδιάστε τις καμπύλες που δίνονται σε παραμετρική μορφή από τις εξισώσεις όπου η παράμετρος t αντιστοιχεί στο χρόνο ($t=0-10s$):

(α) $x = \cos 2t, y = 3 \sin 2t$ (β) $x = e^{-t/10} \cos t, y = e^{-t/10} \sin t$ (γ) $x = \cos t, y = \sin 4t$
(δ) $x = \sin(9t/2), y = \cos t$ (ε) $x = \cos t, y = \cos 3t$ (στ) $x = \sin t, y = \sin(3t/2)$

Αν αφήσετε τον "χρόνο" ($t=10^i, i=0-5$) να τρέξει να παρακολουθήσετε αν και πως εξελίσσονται τα παραπάνω γραφήματα;

(Δοκιμάστε μια εντολή όπως η `Table[ParametricPlot[{Cos[2t], 3Sin[2t]}, {t, 0, 10^i}], {i, 5}]` που δείχνει μια σειρά γραφημάτων για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου)

5. Στη εξίσωση του διαστήματος στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση $s = s_0 + v_0 t + 1/2 a t^2$ να ελέγξετε τις επιδράσεις των παραμέτρων s_0, v_0, a δίνοντας σε κάθε περίπτωση τιμές: $-10 \text{ m} \leq s_0 \leq 10 \text{ m}$, $-10 \text{ m/s} \leq v_0 \leq 10 \text{ m/s}$, $-10 \text{ m/s}^2 \leq a \leq 10 \text{ m/s}^2$ (με βήμα 2 μονάδες). Να κάνετε τα αντίστοιχα συγκριτικά διαγράμματα και να χαρακτηρίσετε το είδος της κίνησης σε κάθε περίπτωση (Αρχικές τιμές $s_0=5 \text{ m}$, $v_0=2 \text{ m/s}$ $a=0.14 \text{ m/s}^2$).

6. Η εξίσωση της απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι $y = A \sin(\omega t + \phi_0)$ ενώ το διακρότημα που είναι το αποτέλεσμα της σύζευξης δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με $A_1 = A_2 = A$, $\phi_{01} = \phi_{02} = 0$ και $\omega_1 \approx \omega_2$ έχει εξίσωση $y = 2A \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$. Να γίνει η γραφική παράσταση α) της ταλάντωσης $y = 5 \sin(6\pi t + \pi/4)$ και β) του διακροτήματος $y = 2 \cos(18t) + 2 \cos(21t)$ στο διάστημα $[0, 2\pi]$ με πλαίσιο. Με τη βοήθεια της εντολής **Manipulate** να δείξετε γ) την επίδραση του πλάτους $A=1-10 \text{ cm}$, της συχνότητας $f=1-10 \text{ Hz}$ με βήμα 0.1 ($\omega=2\pi f$) και της αρχικής φάσης $\phi_0=0-2\pi$ με βήμα $\pi/12$ στην απλή αρμονική ταλάντωση και δ). την επίδραση των συχνοτήτων f_1, f_2 που μεταβάλλονται από 1 έως 10 Hz με βήμα 0.1 ($\omega=2\pi f$) στην εξίσωση του διακροτήματος με πλάτος $2A=10 \text{ cm}$

7. Δημιουργήστε τις τρισδιάστατες γραφικές, όσο και τα γραφήματα με τις ισοϋψείς (ContourPlots) και πυκνότητας (DensityPlot) των παρακάτω συναρτήσεων:

(α) $x \sin(y) + y \cos(x)$, στην περιοχή $\{0, 2\pi\}, \{-\pi, \pi\}$ (β) $\sin(x) \cos(y)$, στην περιοχή $\{0, 2\pi\}, \{-\pi, \pi\}$