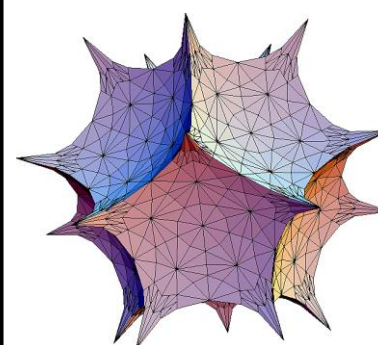
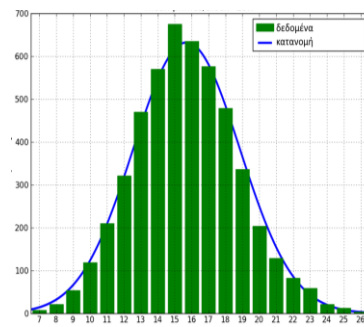
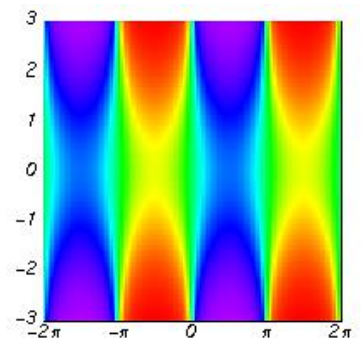
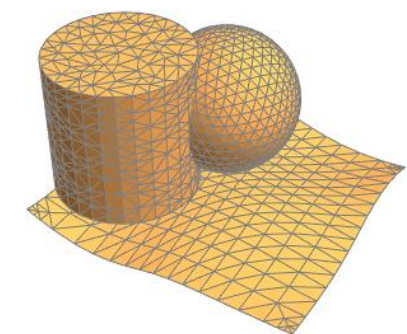
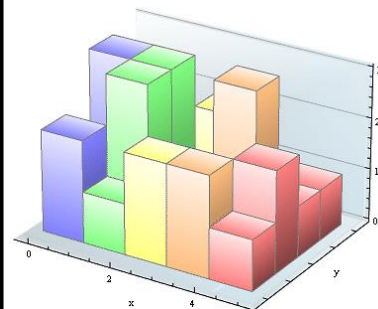
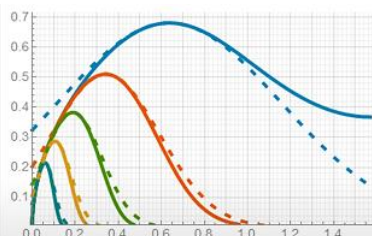
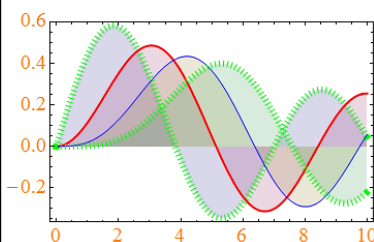
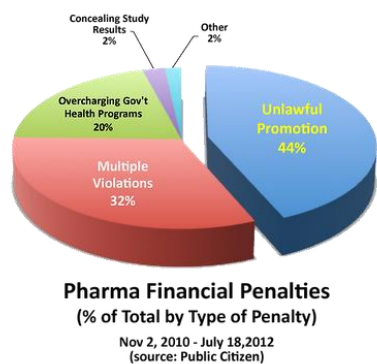
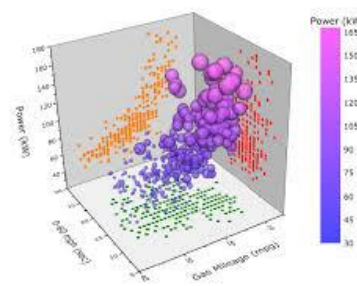
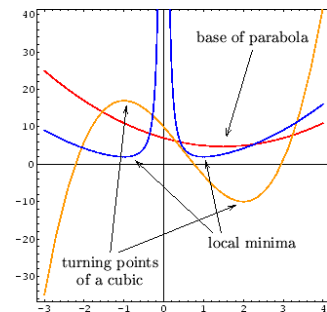
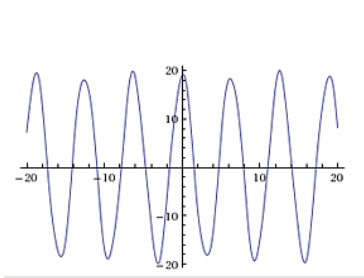
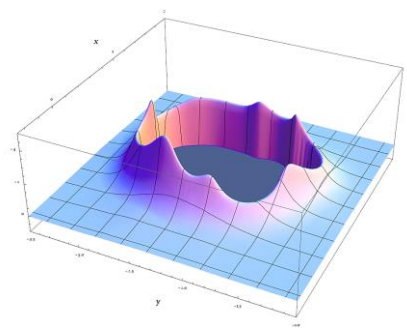




Ομάδα Γ.
Ο υπολογιστής ως επιστημονικό
εργαλείο

Εργασία-8: Δημιουργία γραφικών
παραστάσεων με Mathematica

Wolfram
Mathematica®





1 | Λίστες-Πίνακες

Λίστες αντικειμένων

Η λίστα στη Mathematica είναι ισοδύναμη με ένα μαθηματικό πίνακα. Για να ορίσουμε τη λίστα χρησιμοποιούμε άγκιστρα {}, μέσα στα οποία βάζουμε τα στοιχεία της, χωρισμένα με κόμματα.

Η ακόλουθη έκφραση:

```
In[1]:=lista1={a1, 2.1, x, Sqrt[2], I, Sin[x]}
```

```
Out[1]:={a1, 2.1, x,  $\sqrt{2}$ , I, Sin[x]}
```

Είναι μια μονοδιάστατη λίστα η οποία έχει το όνομα lista1 και περιλαμβάνει αριθμούς, σύμβολα και συναρτήσεις.

```
In[2]:=lista2={{x, y, I}, {2.1, Sqrt[3], Cos[1.27]}}
```

```
Out[2]:={{x, y, I}, {2.1,  $\sqrt{3}$ , 0.296281}}
```

Αντιπροσωπεύει ένα πίνακα 2x3. Κάθε στοιχείο του πίνακα χαρακτηρίζεται από δείκτες (i,j) που δηλώνουν τη γραμμή και τη στήλη

$$\begin{array}{l} a[1, \mathfrak{z}] \\ a[2, \mathfrak{z}] \end{array} \left[\begin{array}{ccc} x & y & i \\ 2.1 & \sqrt{3} & 0.296281 \end{array} \right]$$



1

Λίστες-Πίνακες

Η συνάρτηση Table

Η συνάρτηση **Table** χρησιμοποιείται όταν θέλουμε να δημιουργήσουμε ένα πίνακα με τις τιμές μιας γνωστής συνάρτησης.

```
a=Table[f[i,j],{i,i_min, i_max},{j, j_min,j_max}]
```

```
In[1]:=ta1=Table[(i+j)/2, {i,1,3}, {j,1,5}]
```

```
Out[1]:={{1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0}, {1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5}, {2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0}}
```

```
MatrixForm[%]
```

$$\begin{bmatrix} 1.0 & 1.5 & 2.0 & 2.5 & 3.0 \\ 1.5 & 2.0 & 2.5 & 3.0 & 3.5 \\ 2.0 & 2.5 & 3.0 & 3.5 & 4.0 \end{bmatrix}$$

```
Table[10i + j, {i, 4}, {j, 3}]
```

```
{{11,12,13}, {21,22,23}, {31,32,33}, {41,42,43}}
```

```
MatrixForm[%]
```

$$\begin{bmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 21 & 22 & 23 \\ 31 & 32 & 33 \\ 41 & 42 & 43 \end{bmatrix}$$



1 | **Λίστες-Πίνακες**
Παραδείγματα Τυχαίοι αριθμοί
RandomReal[] *Πραγματικοί* **RandomInteger[]**
RandomReal[x] *Ακέραιοι* **RandomInteger[i]**
RandomReal[{x_{min}, x_{max}}] **RandomInteger[{i_{min}, i_{max}}]**

Δημιουργήστε μια λίστα από 10 τυχαίους αριθμούς μεταξύ 0, 1

Table[Random[],{i,1,10,1}]

Table[Random[],{10}]

Δημιουργήστε μια λίστα με τα τετράγωνα των 20 πρώτων ακεραίων δηλ. 1, 4, 9, ...

Table[n²,{n, 1, 20}]

Complement[Table[i, {i, 1, 100}],Table[i,{i, 2, 100, 2}],Table[i, {i, 3, 100, 3}]]

Ένας τυχαίος πραγματικός αριθμός στο εύρος -10 ως 10:

In[1]:= RandomReal[{-10,10}]

Out[1]= 0.669505

Ένας τυχαίος ακέραιος αριθμός μεταξύ 0 to 3:

In[1]:= RandomInteger[3]

Out[1]= 0

Ένας τυχαίος πραγματικός αριθμός μεταξύ 0 to 1:

In[1]:= RandomReal[]

Out[1]:= 0.097196

Ένας τυχαίος ακέραιος αριθμός μεταξύ 1 to 10:

In[1]:= RandomInteger[{1, 10}]

Out[1]= 4

Complement[e_{all}, e₁, e₂, e₃,...]: δίνει τα στοιχεία του e_{all} που δεν ανήκουν σε κανένα e_i

Δημιουργήστε μια λίστα των ακεραίων μεταξύ 1 και 100 που δεν διαιρούνται ούτε με το 2 ούτε με το 3



1 | Λίστες-Πίνακες

Ας κάνουμε μια στατιστική μελέτη για 100 ρίψεις ενός νομίσματος όπου θα θεωρούμε 1 την κορώνα και 0 τα γράμματα. Ποια είναι η μεγαλύτερη σειρά από διαδοχικές ρίψεις κορώνας;

Πρώτα ας κάνουμε τον πίνακα των ρίψεων

```
data=Table[Random[Integer],{100}]
```

```
{1,0,0,1,0,1,1,0,0,1,0,1,1,0,0,1,0,0,1,0,0,1,0,0,0,1,0,0,1,1,1,0,0,1,1,0,0,0,0,0,1,1,1,1,0,0,1,1,0,0,1,1,1,1,1,0,0,1,0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,1,1,0,0,1,0,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,1,1,1,1,1,0,0,0,1,1,0,0,1,0,0,0,0,1,1,1,1,0,1,1,0,1,1,0,0,0,1,0}
```

Στη συνέχεια ας ομαδοποιήσουμε τις διαδοχικές ρίψεις από κορώνες και γράμματα.

```
Split[{a, a, a, b, b, a, a, c}]  
{{a, a, a}, {b, b}, {a, a}, {c}}
```

```
Split[data]
```

Η Split χωρίζει μια λίστα σε υπολίστες όπου η καθεμία περιέχει μόνο όμοια στοιχεία

```
{{1},{0,0},{1},{0},{1,1},{0,0},{1},{0},{1,1,1},{0,0},{1},{0,0},{1},{0,0},{1},{0,0,0},{1},{0,0},{1,1,1},{0,0},{1,1},{0,0,0,0,0,0},{1,1,1,1,1},{0,0},{1,1},{0,0},{1,1,1,1,1,1},{0,0},{1},{0,0,0,0},{1,1,1,1,1,1},{0,0,0},{1,1},{0,0},{1},{0},{1},{0,0,0},{1,1,1,1},{0},{1,1},{0},{1,1},{0,0,0},{1},{0}}
```

Τέλος, διαγράφουμε τις διπλές αναφορές και ταξινομούμε τα στοιχεία

```
Union[{1, 2, 1, 3, 6, 2, 2}]  
{1, 2, 3, 6}
```

```
Union[%]
```

Η Union εμφανίζει ταξινομημένα τα διαφορετικά στοιχεία που εμφανίζονται σε μία λίστα

```
{{0},{1},{0,0},{1,1},{0,0,0},{1,1,1},{0,0,0,0},{1,1,1,1},{1,1,1,1,1},{0,0,0,0,0,0},{1,1,1,1,1,1}}
```

Άρα για το σύνολο των 100 αυτών ρίψεων η μεγαλύτερη σειρά διαδοχικών ρίψεων για κορώνα είναι 6.

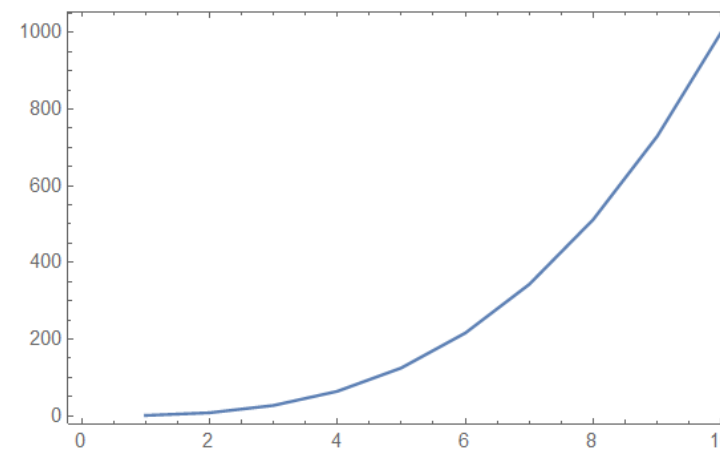
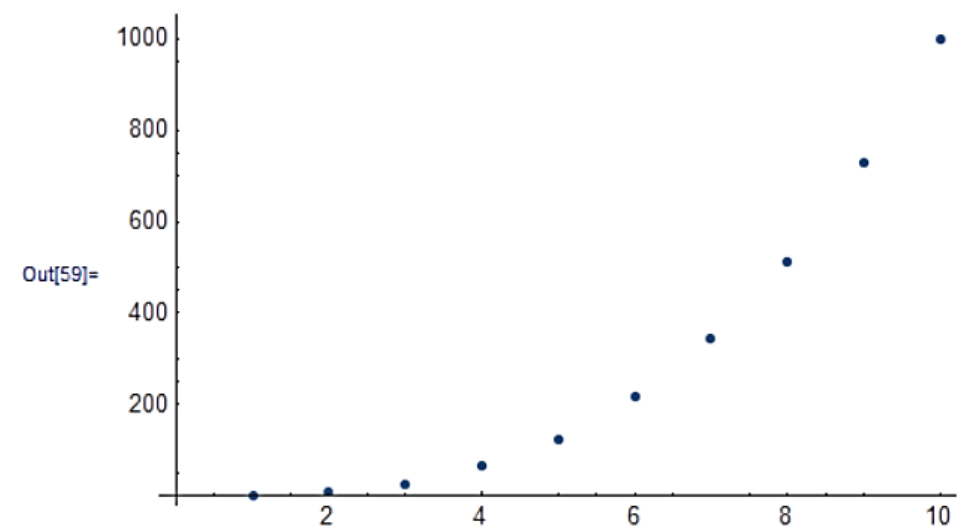


2 | Γραφικές παραστάσεις σημείων

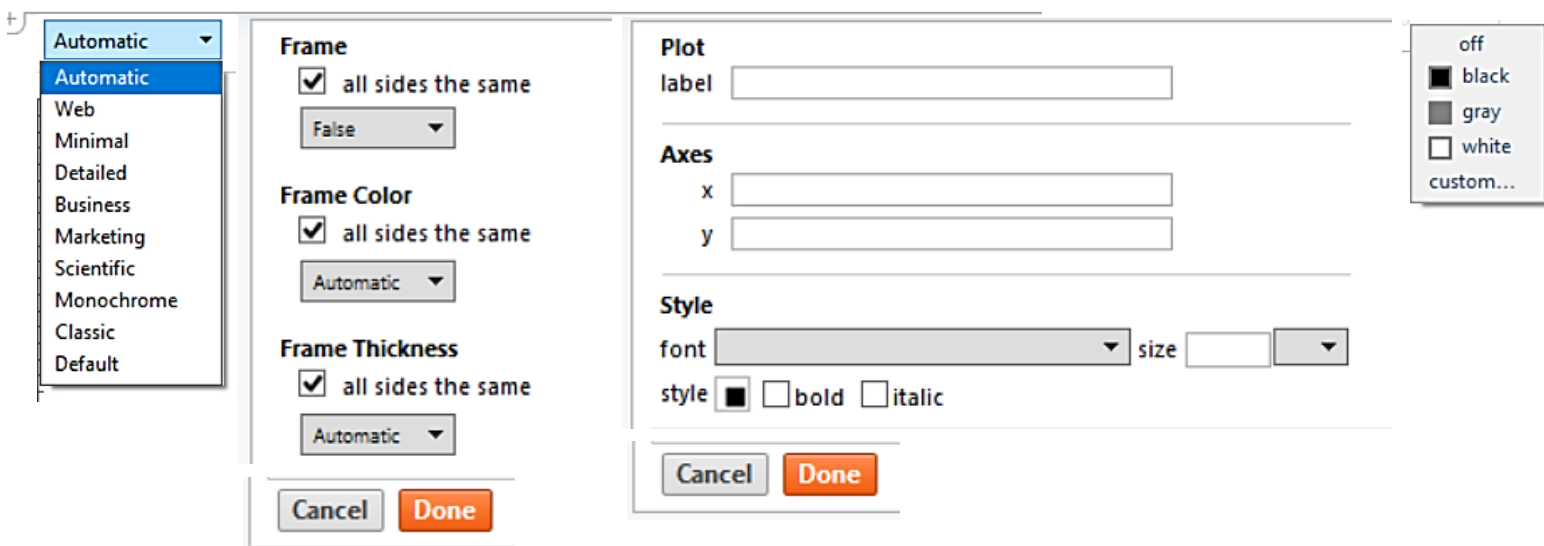
Η εντολή ListPlot

 $t = \text{Table}[i^3, \{i, 10\}]$ $\{1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000\}$

ListPlot[t]



ListPlot[t, Joined -> True, Frame -> True]

Μενού μορφοποίησης
γραφικών



2 | Γραφικές παραστάσεις σημείων

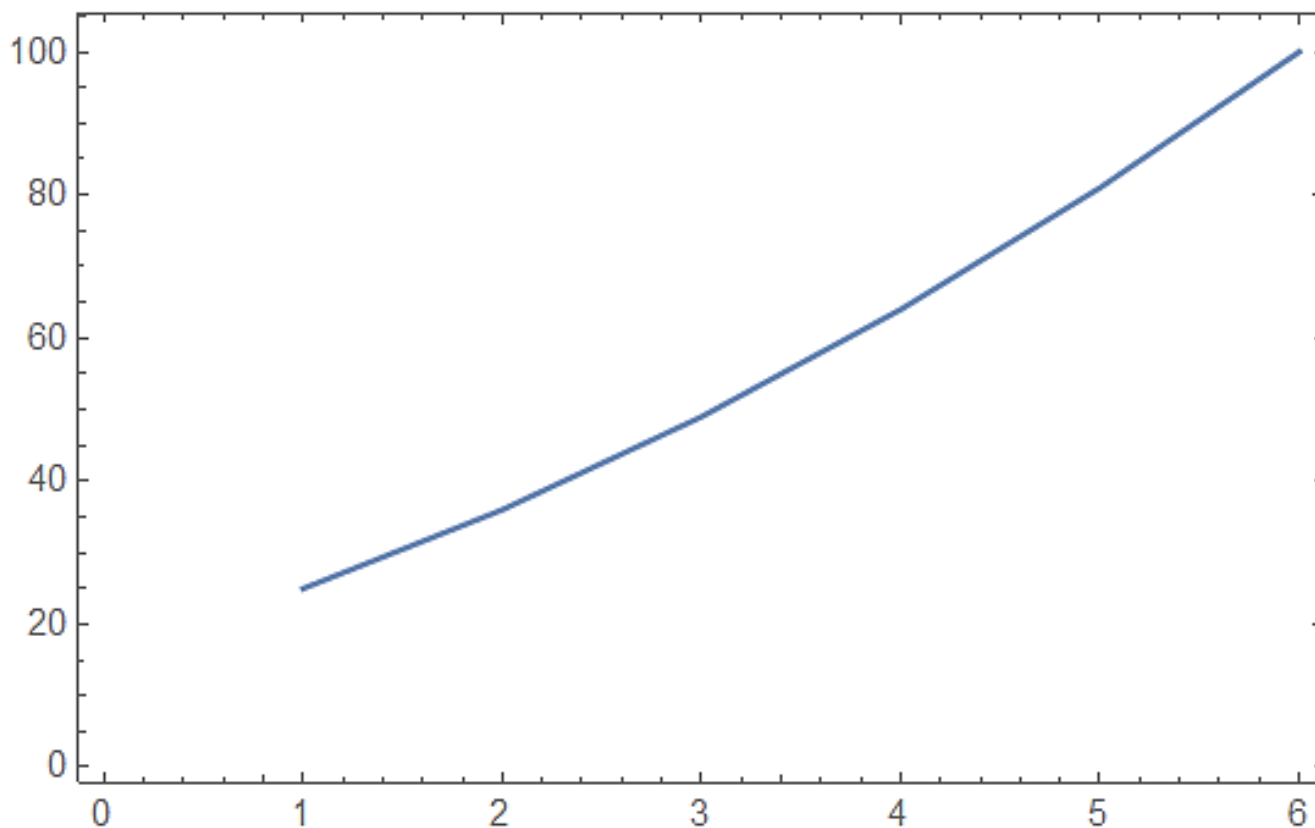
Η εντολή ListPlot

Να δημιουργήσετε ένα πίνακα με τα τετράγωνα των ακεραίων αριθμών από το 5 έως το 10 και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση με πλαίσιο και συνεχή καμπύλη

```
t = Table[i^2, {i, 5, 10}]
```

```
{25, 36, 49, 64, 81, 100}
```

```
ListPlot[t, Frame -> True, Joined -> True]
```





2 | Γραφικές παραστάσεις σημείων

Η εντολή ListPlot

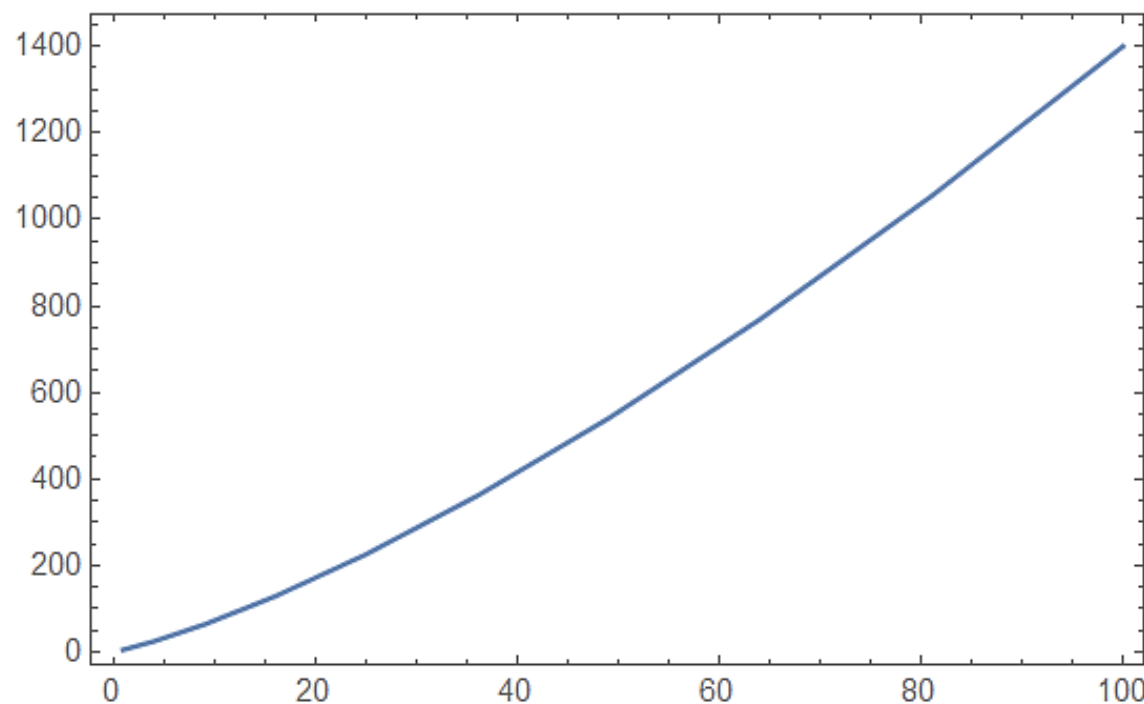
Να δημιουργήσετε ένα πίνακα 2x10 με τις τιμές (x, y) όπου $x=t^2$ και $y=4t^2+t^3$ και t οι ακέραιοι αριθμοί από το 1 έως το 10 και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση με συνεχή καμπύλη

```
t = Table[{i^2, 4 i^2 + i^3}, {i, 10}]
```

```
{{1, 5}, {4, 24}, {9, 63}, {16, 128}, {25, 225}, {36, 360}, {49, 539}, {64, 768},
```

```
{81, 1053}, {100, 1400}}
```

```
ListPlot[t, Joined -> True, Frame->True]
```



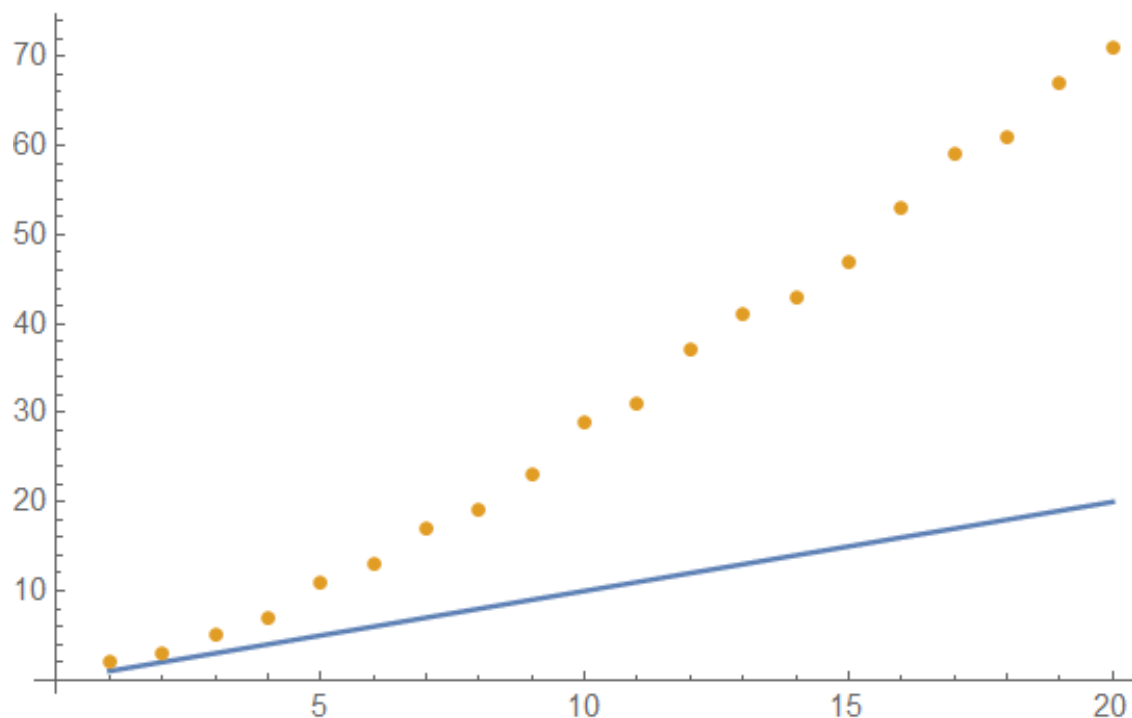


2 | Γραφικές παραστάσεις σημείων

Η εντολή `ListPlot`

Τι κάνει η παρακάτω εντολή:

```
ListPlot[{Range[20], Table[Prime[n], {n, 20}]}, Joined -> {True, False}]
```



Δημιουργεί μια γραφική παράσταση 2 καμπυλών

α. με ενωμένα σημεία που αποτελείται από τα

$(1,1), (2,2), \dots (20, 20)$: `Range[20]`

β. με διακριτά σημεία που αποτελείται από τα

$(1, 1), (2, 3), (3, 5), \dots (20, 71)$ που είναι οι 20 πρώτοι αριθμοί:

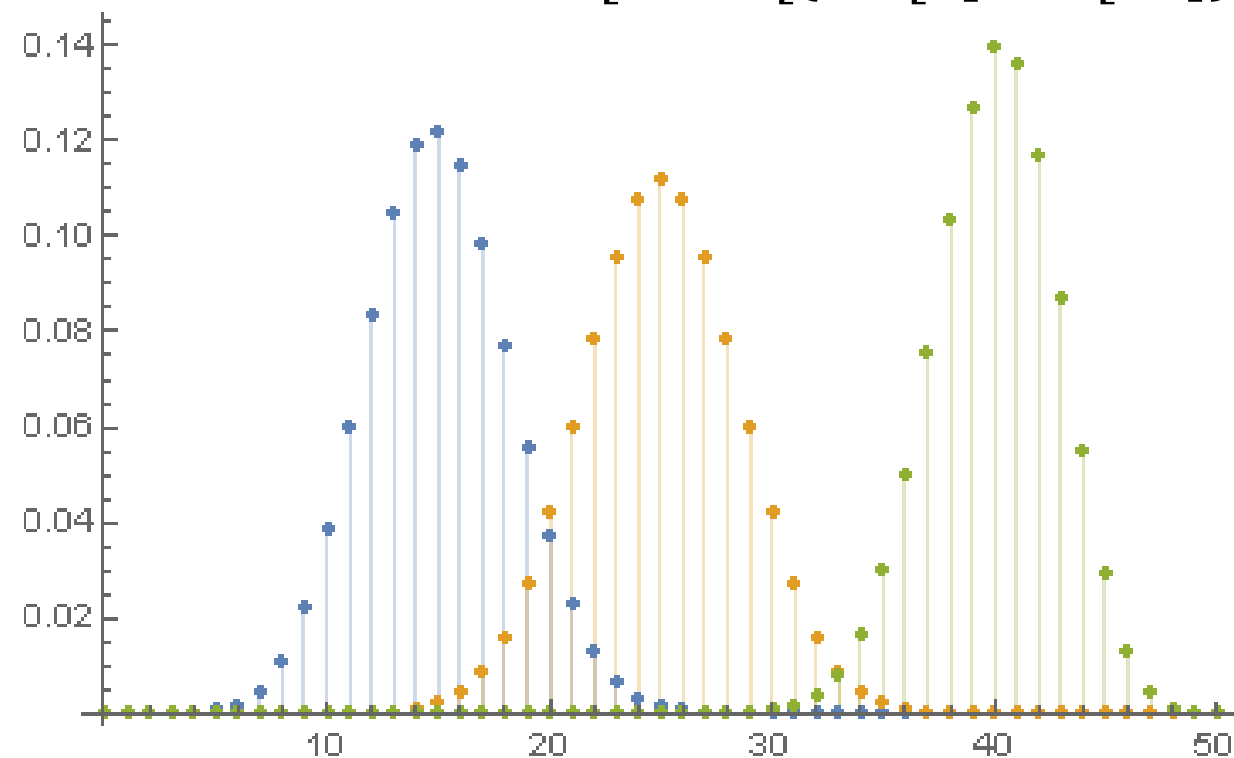
`Table[Prime[n], {n, 20}]`

Οι τετμημένες των σημείων είναι οι αριθμοί $1, 2, 3, \dots, 20$



2 | Γραφικές παραστάσεις σημείων

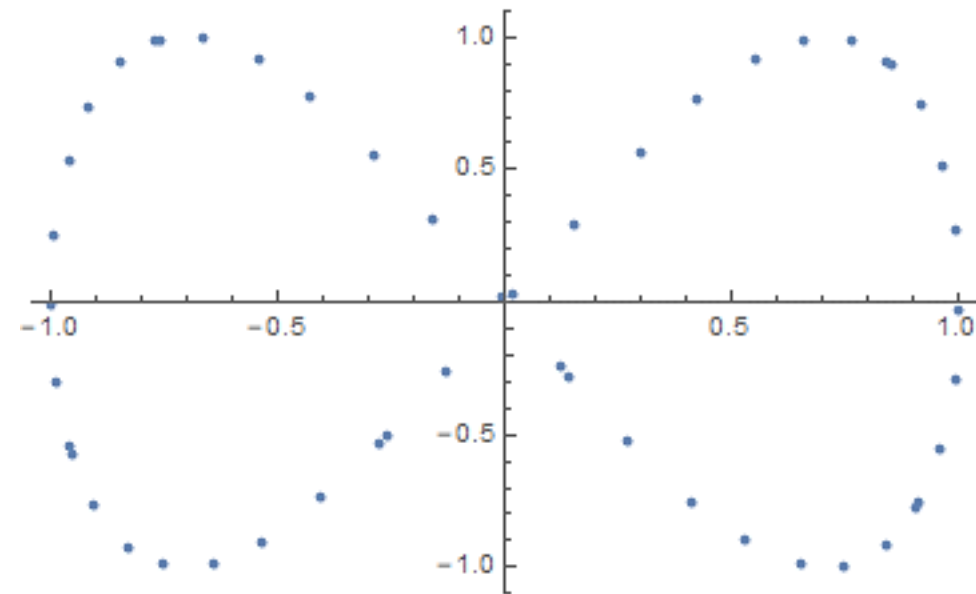
Η εντολή ListPlot

 $\text{ListPlot}[\text{Table}[\{\text{Sin}[n], \text{Sin}[2n]\}, \{n, 50\}]]$ **PlotLegends:** Δημιουργία υπομνήματος για γραφικές παραστάσεις

PlotLegends -> Automatic, PlotLegends -> "Expressions", PlotLegends -> {"sin(x)", "cos(x)"}

 $\text{ListPlot}[\text{Table}[\{k, \text{PDF}[\text{BinomialDistribution}[50, p], k]\}, \{p, \{0.3, 0.5, 0.8\}\}, \{k, 0, 50\}],$

Filling -> Axis, PlotLegends -> {0.3, 0.5, 0.8}]



• 0.3

• 0.5

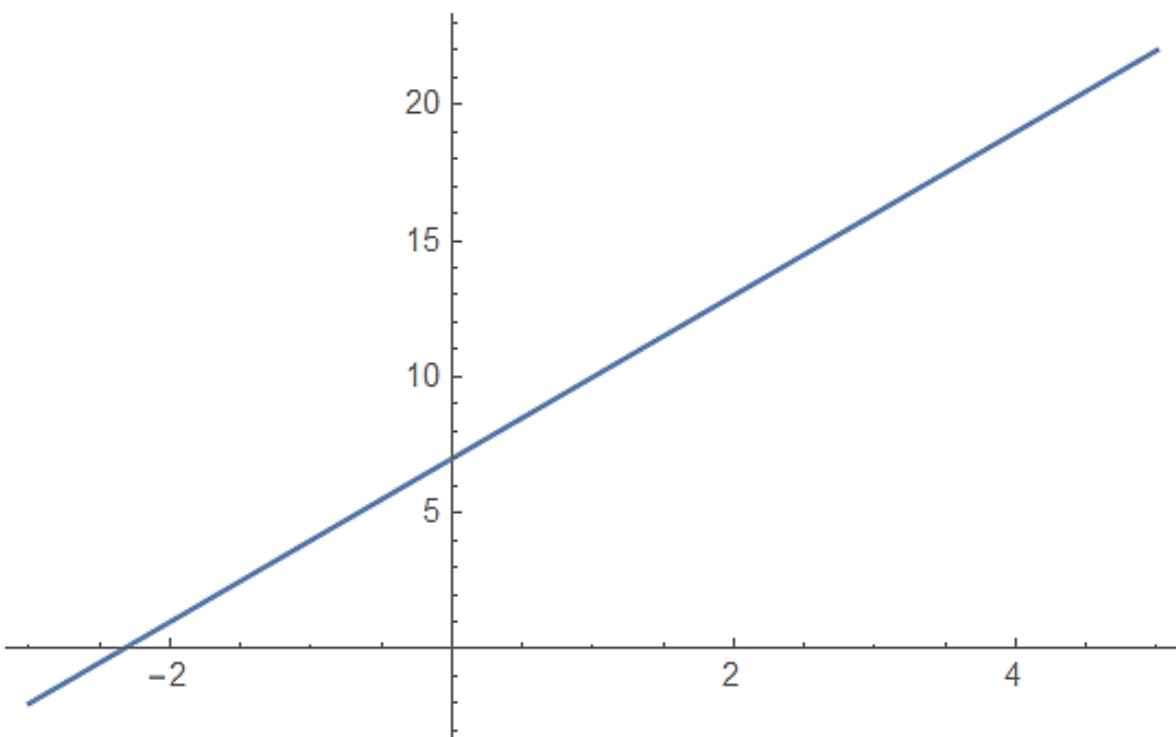
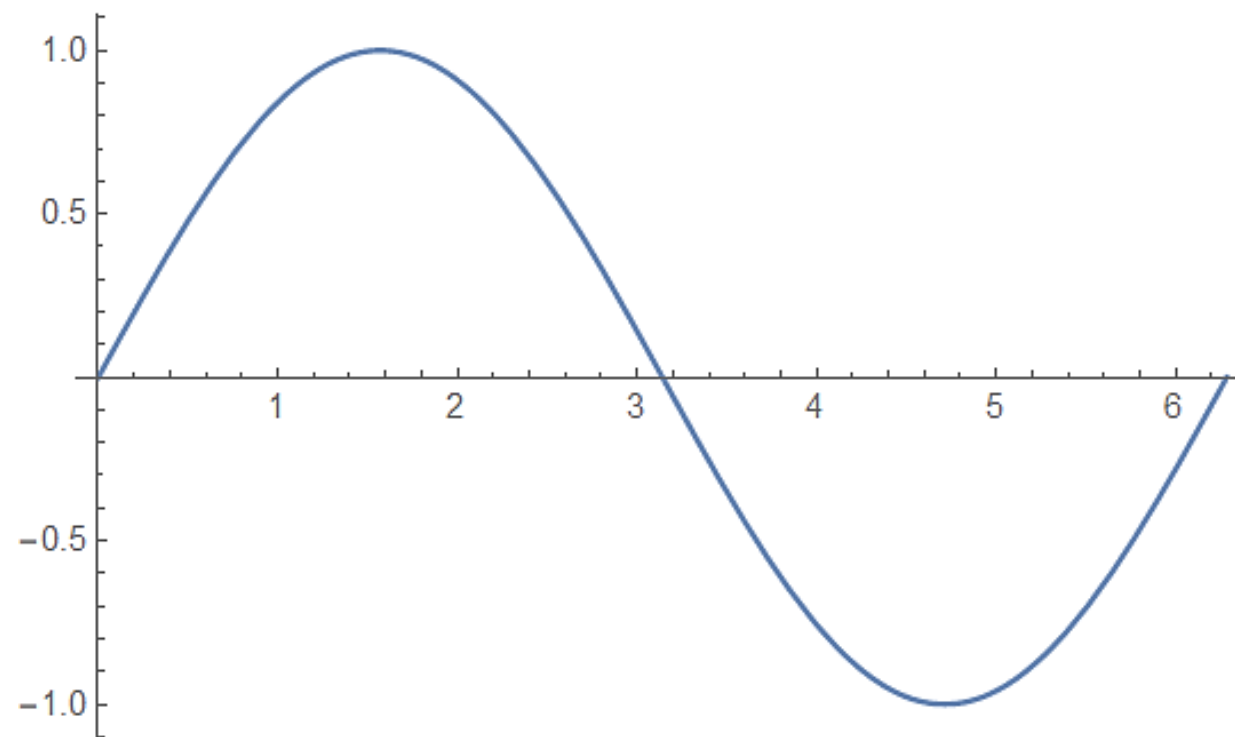
• 0.8

PDF: δίνει την πιθανότητα της πυκνότητας κατάστασεων για την κατανομή *dist* (π.χ. NormalDistribution, BinomilaDistribution) υπολογισμένη στο σημείο x .**Filling:** επιλογή στις εντολές ListPlot, Plot, Plot3D, που επιλέγει το γέμισμα περιοχών κάτω από σημεία, καμπύλες, επιφάνειες.



3 | Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Η εντολή Plot

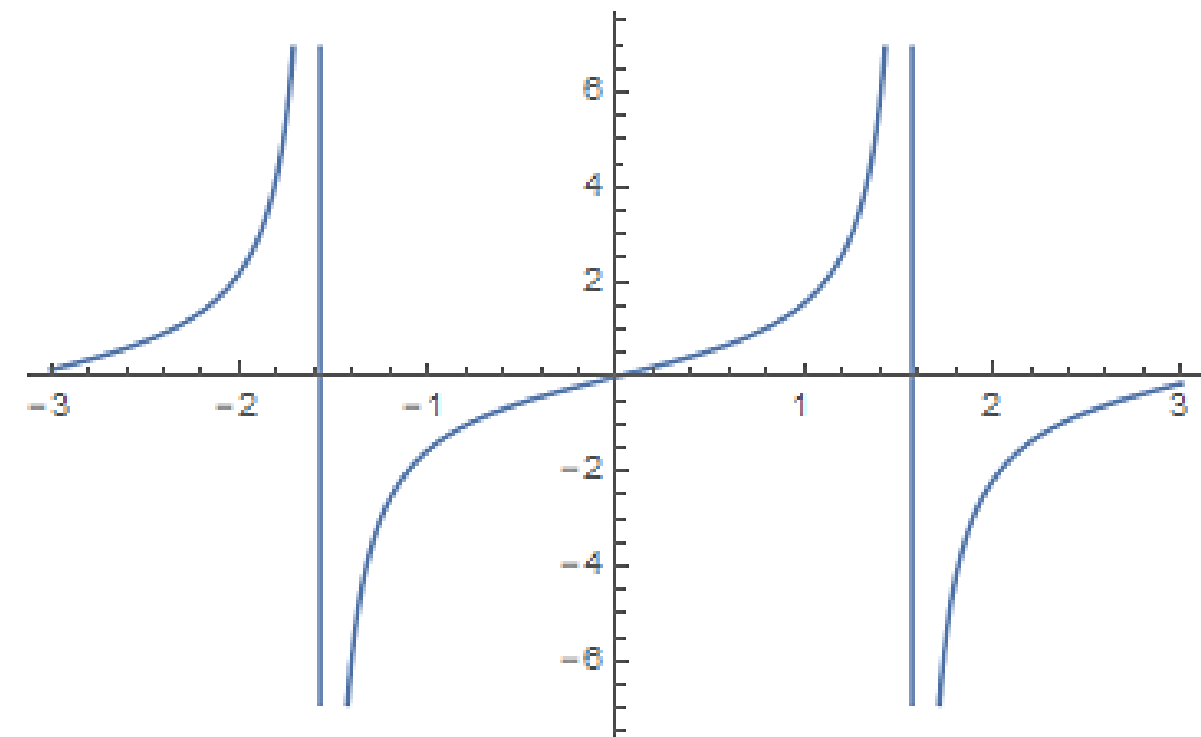
Plot[Συνάρτηση, {μεταβλητή, κάτω όριο, πάνω όριο}] $\text{Plot}[3x + 7, \{x, -3, 5\}]$  $\text{Plot}[\text{Sin}[x], \{x, 0, 2 \text{ Pi}\}]$ 



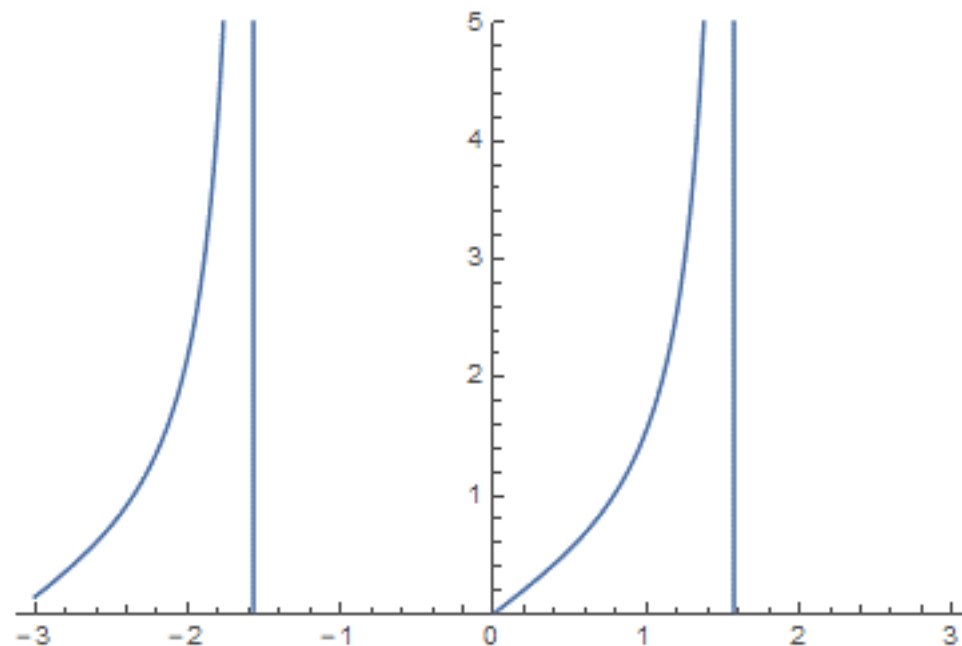
3 | Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Η εντολή Plot

Όρια γραφικής Παράστασης

 $\text{Plot}[\text{Tan}[x], \{x, -3, 3\}]$ 

Μπορώ να αλλάξω τα όρια του άξονα y;

 $\text{Plot}[\text{Tan}[x], \{x, -3, 3\}, \text{PlotRange} \rightarrow \{0, 5\}]$  $\text{Plot}[\text{Tan}[x], \{x, -3, 3\}, \text{PlotRange} \rightarrow \text{Automatic}]$ $\text{Plot}[\text{Tan}[x], \{x, -3, 3\}, \text{PlotRange} \rightarrow \{-5, 5\}] \Leftrightarrow \text{Plot}[\text{Tan}[x], \{x, -3, 3\}, \text{PlotRange} \rightarrow 5]$

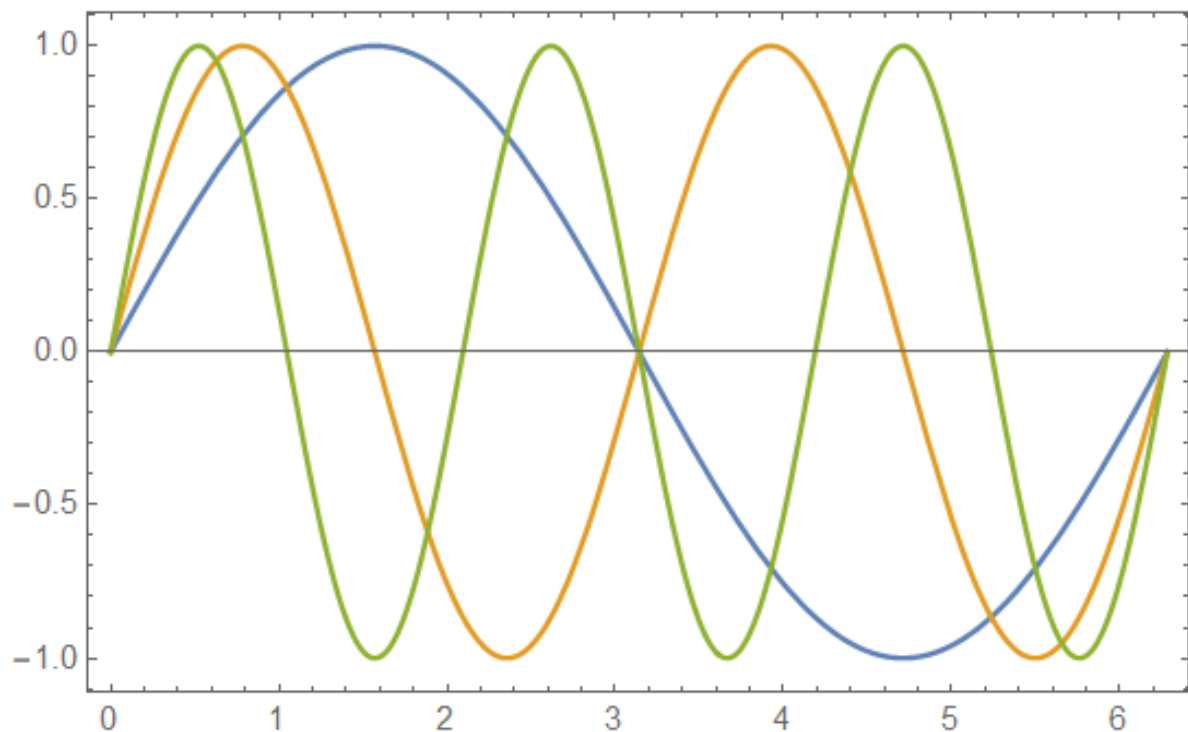


3 | Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Η εντολή Plot

Προσθέτοντας ευκρίνεια

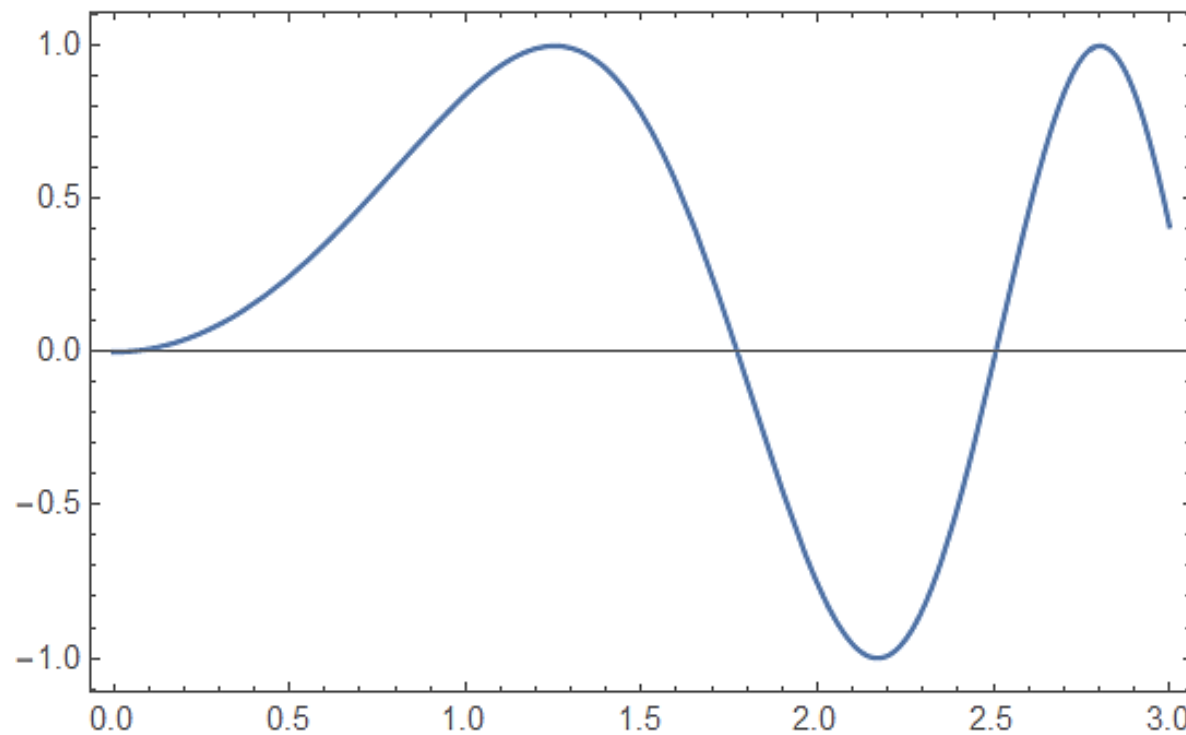
Να σχεδιαστούν οι $\sin(x)$, $\sin(2x)$, $\sin(3x)$ από 0 έως 2π με άξονες σε όλες τις πλευρές.



```
Plot[{Sin[x], Sin[2x], Sin[3x]}, {x, 0, 2 Pi}, Frame -> True]
```

Μπορώ να εμφανίσω άξονες σε όλες τις πλευρές της γραφικής παράστασης;

```
Plot[Sin[x^2], {x, 0, 3}, Frame -> True]
```





3 | Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Η εντολή Plot

Προσθέτοντας ευκρίνεια

Μπορώ να εμφανίσω τίτλους στους άξονες της γραφικής παράστασης;

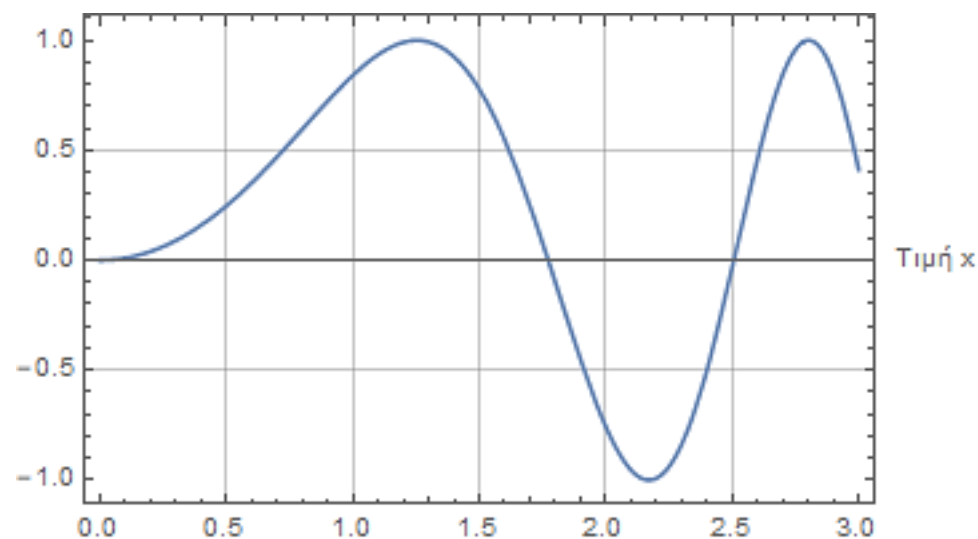
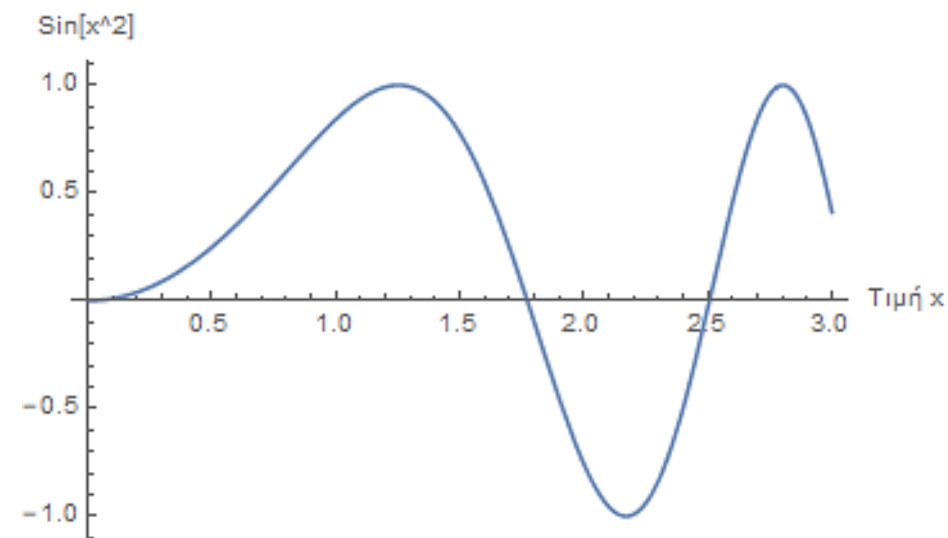
```
Plot[Sin[x^2], {x, 0, 3}, AxesLabel -> {"Τιμή x", "Sin[x^2]"}]
```

Να δοκιμάσετε την AxesLabel μαζί τη Frame.
Τι παρατηρείτε;

```
Plot[Sin[x^2], {x, 0, 3}, AxesLabel -> {"Τιμή x", "Sin[x^2]"}, Frame -> True]
```

Ας προσθέσουμε λίγο περισσότερη ευκρίνεια

```
Plot[Sin[x^2], {x, 0, 3}, AxesLabel -> {"Τιμή x", "Sin[x^2]"},  
Frame -> True, GridLines -> Automatic]
```

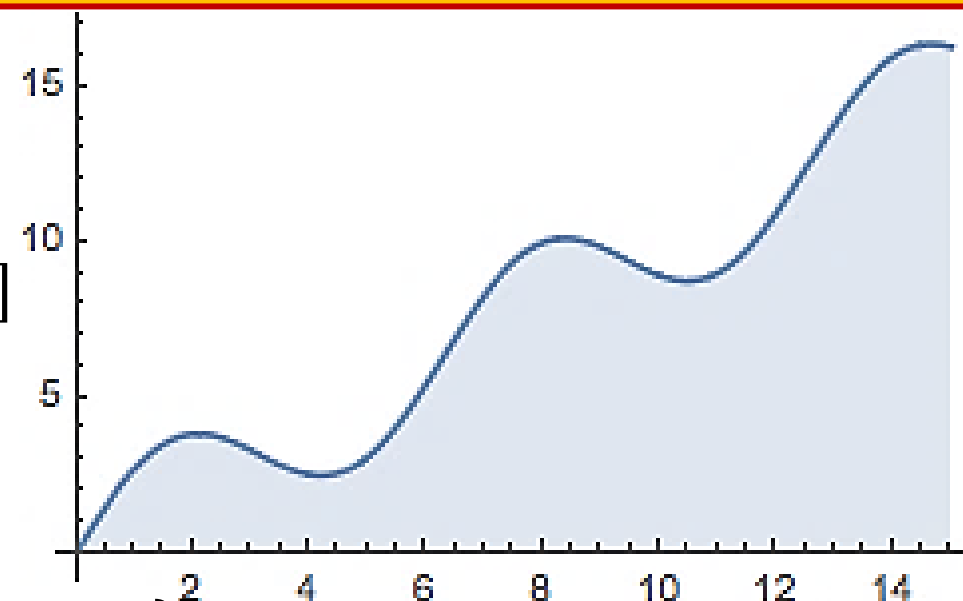


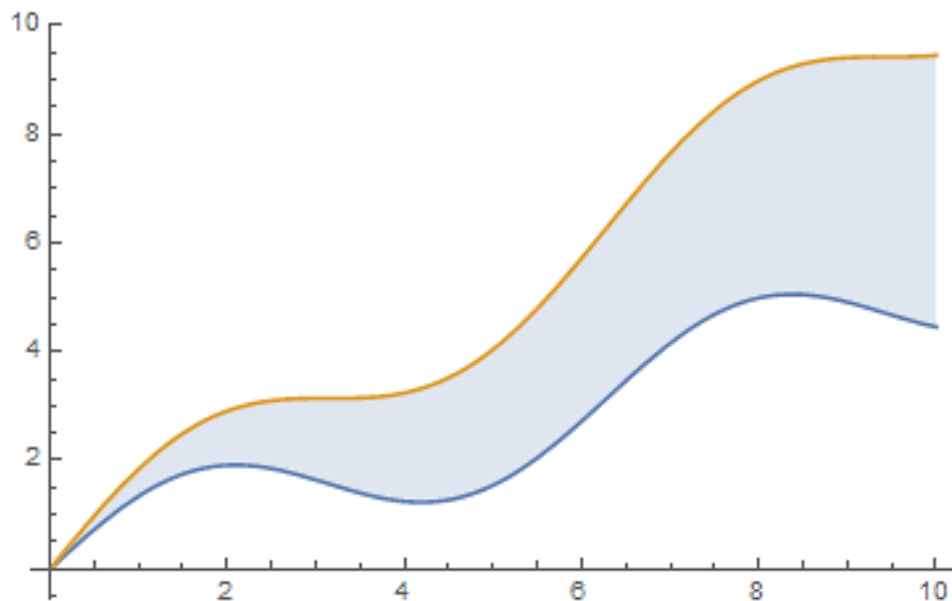


3 | Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Η εντολή Plot

Προσθέτοντας ευκρίνεια

$$\text{Plot}[2\text{Sin}[x] + x, \{x, 0, 15\}, \text{Filling} \rightarrow \text{Bottom}]$$


$$\text{Plot}[\{\text{Sin}[x] + x/2, \text{Sin}[x] + x\}, \{x, 0, 10\}, \text{Filling} \rightarrow \{1 \rightarrow \{2\}\}]$$




3 Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Η εντολή Plot

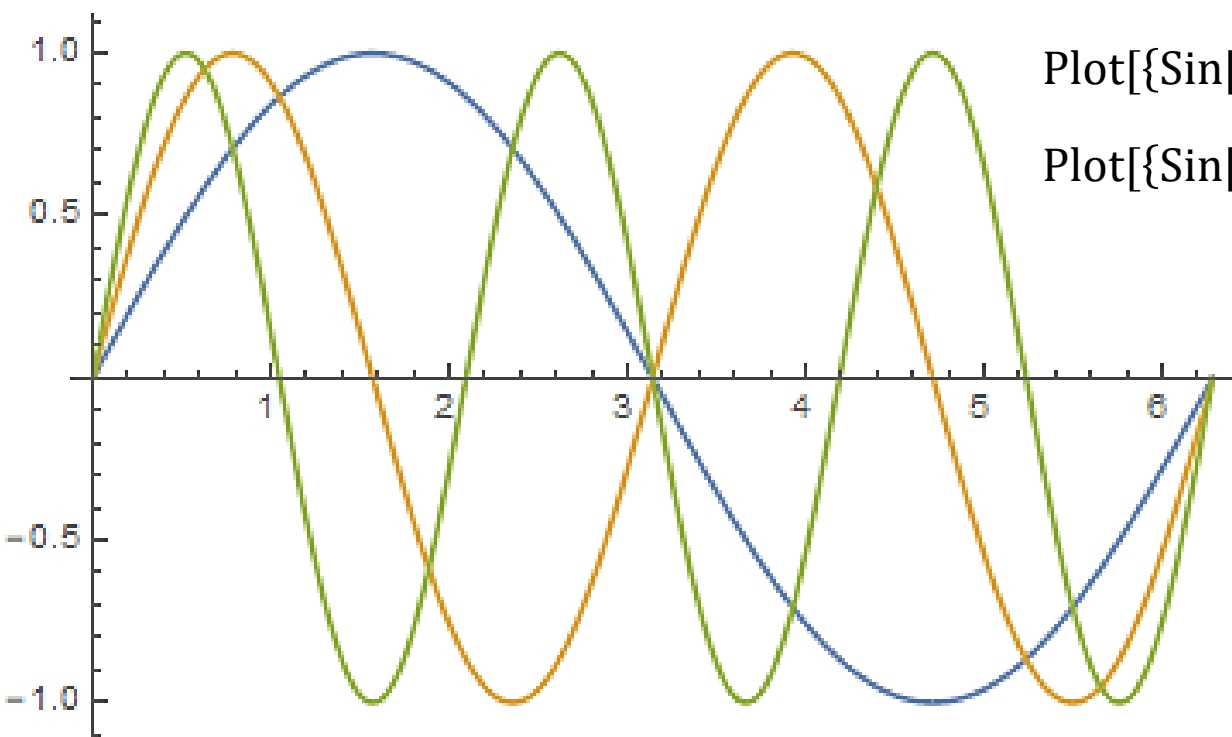
Συνδυασμός γραφικών παραστάσεων

Πως μπορώ να σχεδιάσω μαζί
περισσότερες από μια καμπύλες;

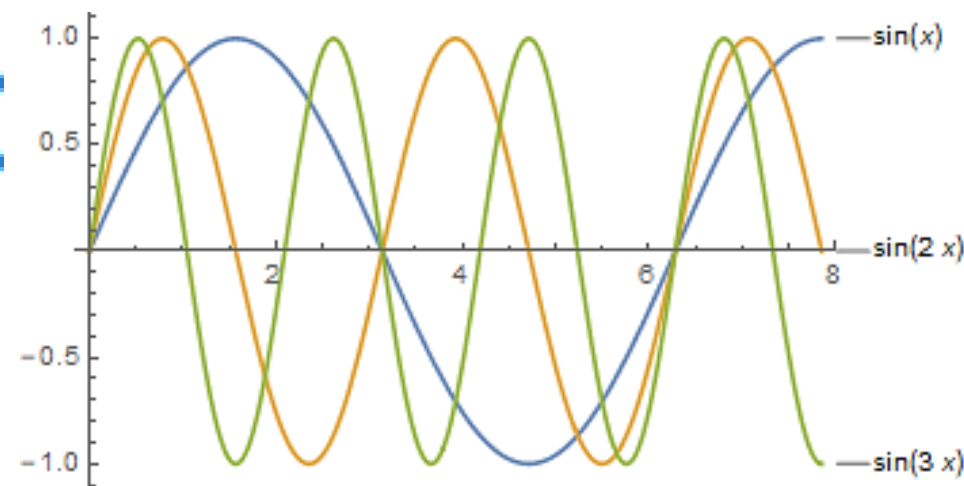
$$\text{Plot}[\{\text{Sin}[x], \text{Sin}[2x], \text{Sin}[3x]\}, \{x, 0, 2 \text{ Pi}\}]$$

Πως μπορώ να τις ξεχωρίσω;

$$\text{Plot}[\{\text{Sin}[x], \text{Sin}[2x], \text{Sin}[3x]\}, \{x, 0, 2\text{Pi}\}, \text{PlotLegends} \rightarrow \text{"Expressions"}]$$

$$\text{Plot}[\{\text{Sin}[x], \text{Sin}[2x], \text{Sin}[3x]\}, \{x, 0, 2.5\text{Pi}\}, \text{PlotLabel} \rightarrow \text{Automatic}]$$


— sin(x)
— sin(2 x)
— sin(3 x)



PlotLegends: Δημιουργία υπομνήματος για γραφικές παραστάσεις

PlotLegends $\rightarrow$ Automatic, PlotLegends $\rightarrow$ "Expressions", PlotLegends $\rightarrow$ {"sin(x)", "cos(x)"}

PlotLabel: Ονόματα σε καμπύλες γραφικών παραστάσεων

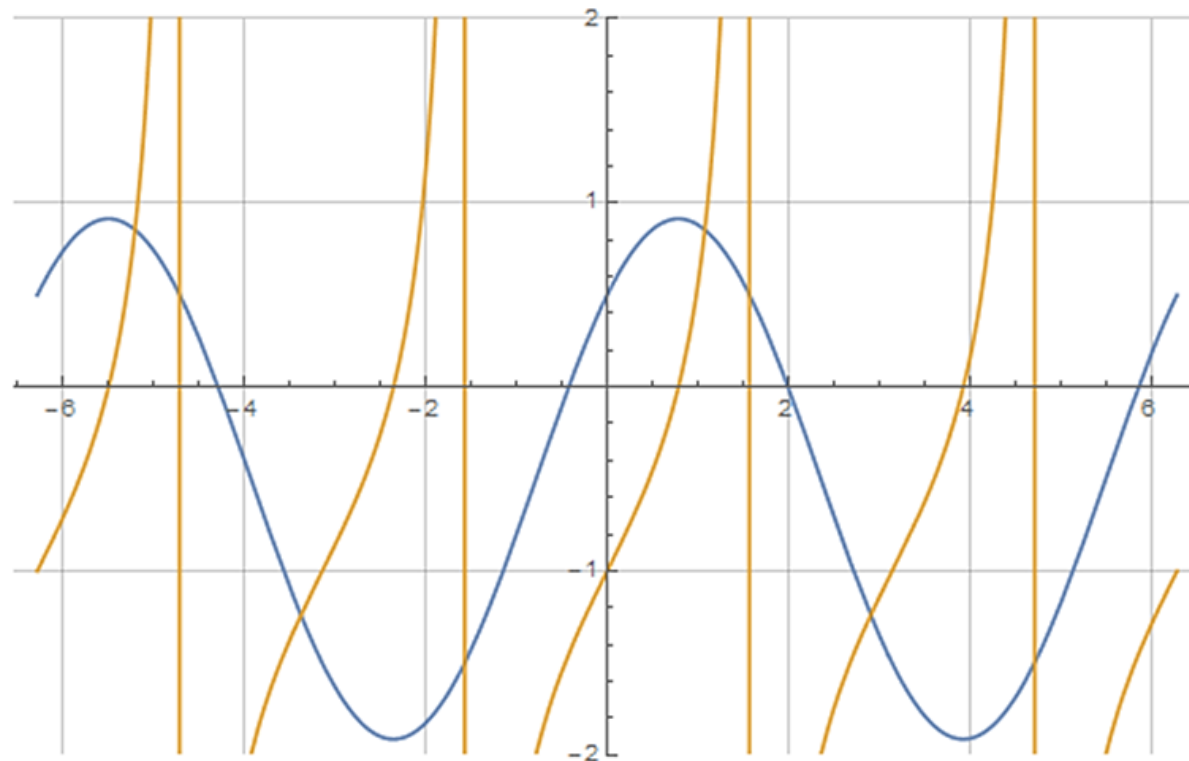
PlotLabel $\rightarrow$ Automatic, PlotLabel $\rightarrow$ {"sin(x)", "cos(x)"}



3 | Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Η εντολή Plot

Κοινά σημεία καμπυλών



```
Plot[{Cos[x] + Sin[x] - 0.5, Tan[x] - 1}, {x, -2Pi, 2Pi}, PlotRange -> 2, GridLines -> Automatic]
```

```
Solve[y == Cos[x] + Sin[x] - 0.5 && y == Tan[x] - 1 && x ≥ -2Pi && x ≤ 2Pi, {x, y}, Reals]
```

```
Solve::ratnz: Solve was unable to solve the system with inexact coefficients. The answer was obtained by solving a corresponding exact system and numericizing the result. >>
```

```
{{x -> -5.20686, y -> 0.854788}, {x -> -3.37670, y -> -1.2395}, {x -> 1.07632, y -> 0.85479}, {x -> 2.90648, y -> -1.23953}}
```



4 Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Οικογένειες καμπυλών

Ας σχεδιάσουμε μερικές ευθείες

$$y_1 = 2x + 1;$$

$$y_2 = 5/2 x - 2;$$

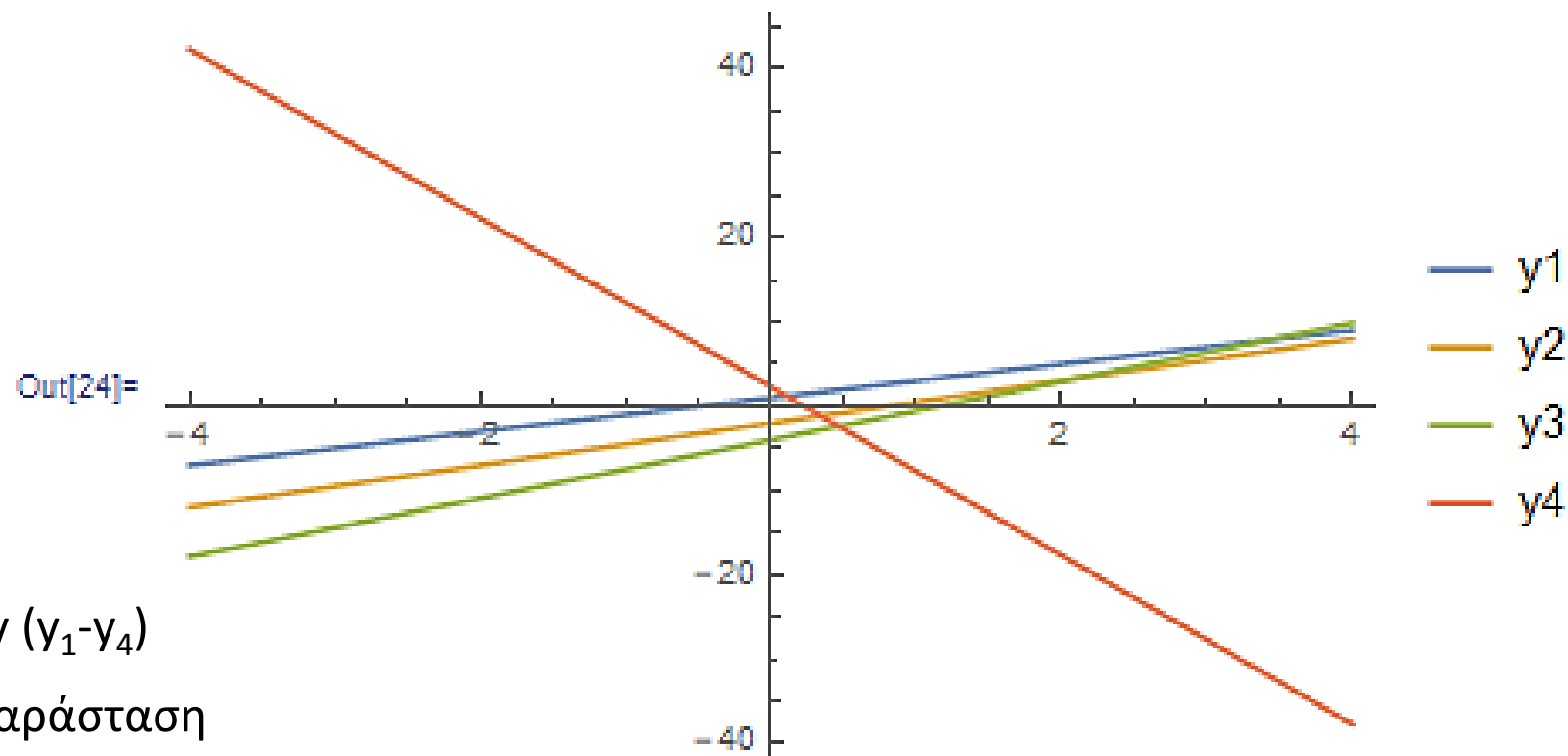
$$y_3 = \text{Sqrt}[12.] x - 4;$$

$$y_4 = -10x + 2.3;$$

Κάθε συνάρτηση έχει διαφορετικό y (y_1 - y_4)

Ας δούμε την αντίστοιχη γραφική παράσταση

```
Plot[{y1, y2, y3, y4}, {x, -4, 4}, PlotLegends -> "Expressions"]
```





4 | Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Οικογένειες καμπυλών

```
TableForm[Table[ a x + 20 , {a, 1, 2, .1}]]
```

Η συνάρτηση TableForm εμφανίζει το όρισμα της σε βέλτιστη μορφή πίνακα. Στην προκειμένη περίπτωση θα δημιουργήσει ένα μονόστηλο πίνακα.

```
20+ x
20+ 1.1 x
20+ 1.2 x
20+ 1.3 x
20+ 1.4 x
20+ 1.5 x
20+ 1.6 x
20+ 1.7 x
20+ 1.8 x
20+ 1.9 x
20+ 2. x
```

```
TableForm[ Partition[Table[x^2 - x + c, {c, -10, 10}], 3] ]
```

- 10- x+ x ²	- 9- x+ x ²	- 8- x+ x ²
- 7- x+ x ²	- 6- x+ x ²	- 5- x+ x ²
- 4- x+ x ²	- 3- x+ x ²	- 2- x+ x ²
- 1- x+ x ²	- x+ x ²	1- x+ x ²
2- x+ x ²	3- x+ x ²	4- x+ x ²
5- x+ x ²	6- x+ x ²	7- x+ x ²
8- x+ x ²	9- x+ x ²	10- x+ x ²

η εντολή *partition* διαχωρίζει τα αποτελέσματα της σε *N* υπολίστες

Πως σχεδιάζουμε οικογένειες καμπυλών; `Plot[Evaluate[ %], {x, -6, 6}]`

Αν η παραπάνω εντολή ακολουθεί ΑΜΕΣΩΣ ΜΕΤΑ από μια TableForm με μεταβλητή την *x*, τότε η εντολή Evaluate που οδηγεί σε άμεσο υπολογισμό των συναρτήσεων δίνει την δυνατότητα στην Plot να σχεδιάσει την οικογένεια καμπυλών



4 | Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Οικογένειες καμπυλών

Πως επηρεάζεται η γραφική παράσταση της $y=ax+b$ αλλάζοντας το a ;

Ας δημιουργήσουμε ένα σύνολο δεδομένων από εξισώσεις ευθειών με διαφορετικές κλίσεις

```
TableForm[ Table[ a x + 20 , {a, 1, 2, .1}]]
```

$20 + x$

$20 + 1.1 x$ Τι κοινό έχουν όλες αυτές οι ευθείες;

$20 + 1.2 x$

$20 + 1.3 x$ Ας δούμε και την αντίστοιχη γραφική παράσταση

$20 + 1.4 x$

```
Plot[Evaluate[%], {x, -4, 4}, AspectRatio -> Automatic]
```

$20 + 1.5 x$

$20 + 1.6 x$

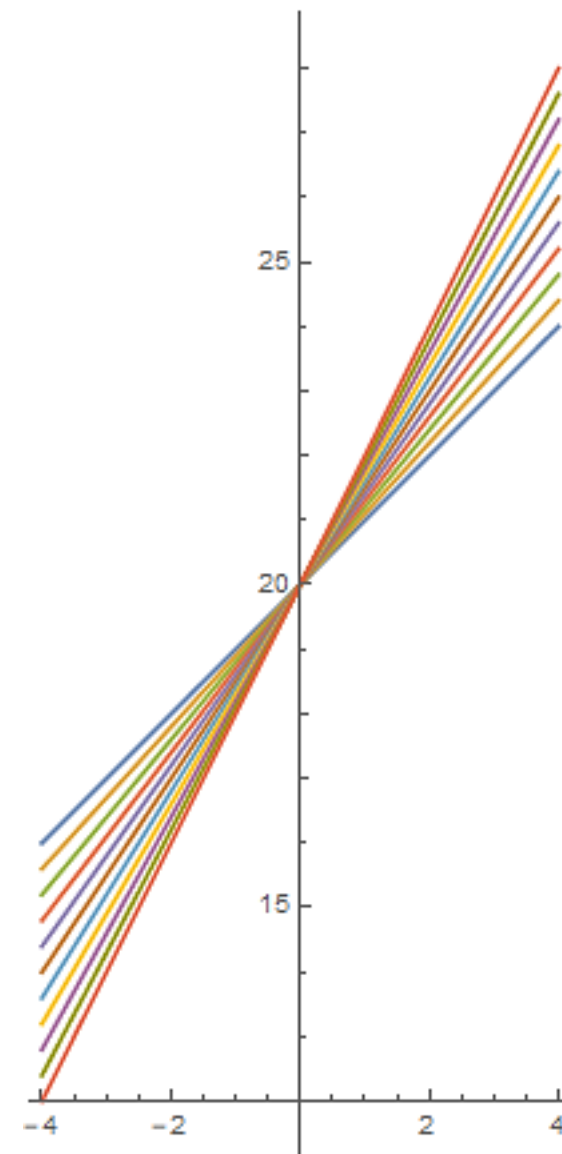
$20 + 1.7 x$

$20 + 1.8 x$

$20 + 1.9 x$

$20 + 2. x$

Η εντολή `Evaluate[έκφραση]` αναγκάζει την έκφραση να υπολογιστεί ακόμη και αν αυτή εμφανίζεται σαν μεταβλητή σε άλλη συνάρτηση οπότε μπορεί και να μην έχει υπολογιστεί.





4 | Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Οικογένειες καμπυλών

Πως επηρεάζεται η γραφική παράσταση της $y=ax+b$ αλλάζοντας το b ;

Ας δημιουργήσουμε ένα σύνολο δεδομένων από εξισώσεις ευθειών με διαφορετικά b

```
TableForm[ Table[ 2 x + b , {b, 0, 10}]]
```

$2x$

$1 + 2x$

$2 + 2x$

$3 + 2x$

$4 + 2x$

$5 + 2x$

$6 + 2x$

$7 + 2x$

$8 + 2x$

$9 + 2x$

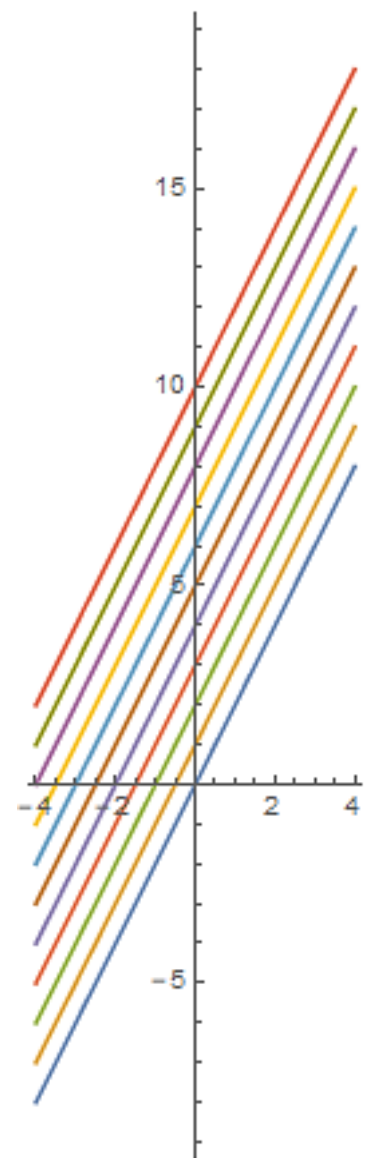
$10 + 2x$

Τι κοινό έχουν όλες αυτές οι ευθείες;

Ας δούμε και την αντίστοιχη γραφική παράσταση

```
Plot[Evaluate[%], {x, -4, 4}, AspectRatio -> Automatic]
```

Η εντολή `Evaluate[έκφραση]` αναγκάζει την `έκφραση` να υπολογιστεί ακόμη και αν αυτή εμφανίζεται σαν μεταβλητή σε άλλη συνάρτηση οπότε μπορεί και να μην έχει υπολογιστεί.





4 | Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Οικογένειες καμπυλών

Πως επηρεάζεται η γραφική παράσταση της $y=ax^2+bx+c$ αλλάζοντας το c ;

Ας δημιουργήσουμε ένα σύνολο δεδομένων από εξισώσεις παραβολών με διαφορετικά c και ας δούμε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις:

```
TableForm[ Partition[Table[x^2 - x + c, {c, -10, 10}], 3] ]
```

```
Plot[Evaluate[%], {x, -6, 6}]
```

$$-10 - x + x^2$$

$$-9 - x + x^2$$

$$-8 - x + x^2$$

$$-7 - x + x^2$$

$$-6 - x + x^2$$

$$-5 - x + x^2$$

$$-4 - x + x^2$$

$$-3 - x + x^2$$

$$-2 - x + x^2$$

$$-1 - x + x^2$$

$$-x + x^2$$

$$1 - x + x^2$$

$$2 - x + x^2$$

$$3 - x + x^2$$

$$4 - x + x^2$$

$$5 - x + x^2$$

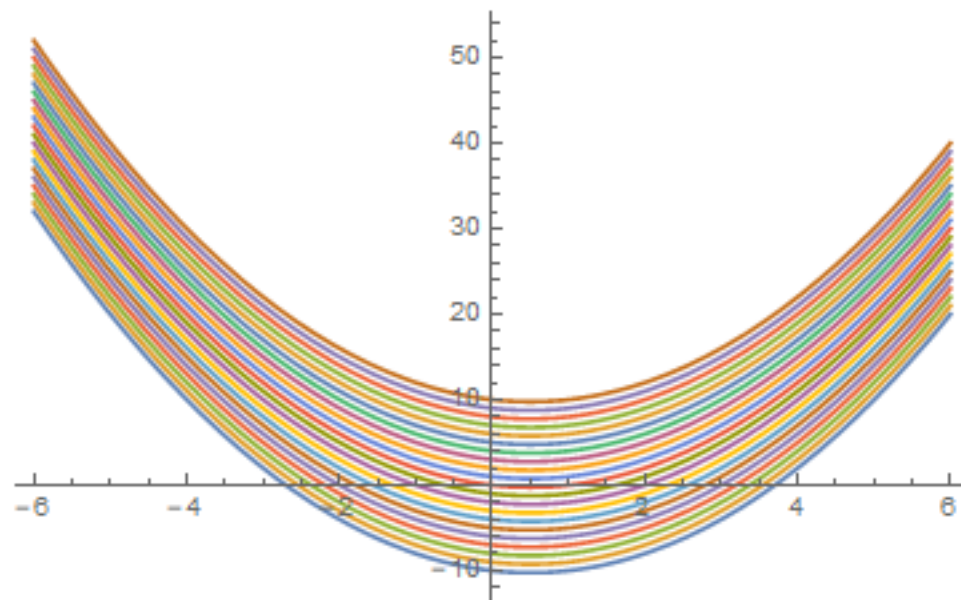
$$6 - x + x^2$$

$$7 - x + x^2$$

$$8 - x + x^2$$

$$9 - x + x^2$$

$$10 - x + x^2$$





4 | Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Οικογένειες καμπυλών

Πως επηρεάζεται η γραφική παράσταση της $y=ax^2+bx+c$ αλλάζοντας το b ;

Ας δημιουργήσουμε ένα σύνολο δεδομένων από εξισώσεις παραβολών με διαφορετικά b και ας δούμε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις:

```
TableForm[ Partition[Table[x^2 + b x - 5, {b, -10, 10}], 3] ]
```

```
Plot[Evaluate[%], {x, -6, 6}]
```

$$-5 - 10x + x^2$$

$$-5 - 7x + x^2$$

$$-5 - 4x + x^2$$

$$-5 - x + x^2$$

$$-5 + 2x + x^2$$

$$-5 + 5x + x^2$$

$$-5 + 8x + x^2$$

$$-5 - 9x + x^2$$

$$-5 - 6x + x^2$$

$$-5 - 3x + x^2$$

$$-5 + x^2$$

$$-5 + 3x + x^2$$

$$-5 + 6x + x^2$$

$$-5 + 9x + x^2$$

$$-5 - 8x + x^2$$

$$-5 - 5x + x^2$$

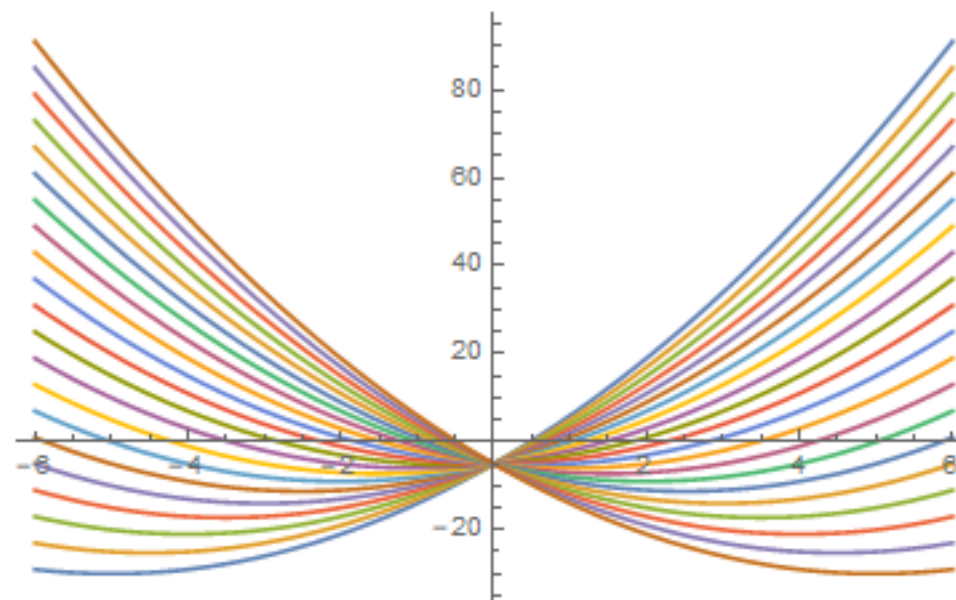
$$-5 - 2x + x^2$$

$$-5 + x + x^2$$

$$-5 + 4x + x^2$$

$$-5 + 7x + x^2$$

$$-5 + 10x + x^2$$





4 Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Οικογένειες καμπυλών

Πως επηρεάζεται η γραφική παράσταση της $y=ax^2+bx+c$ αλλάζοντας το a ;

Ας δημιουργήσουμε ένα σύνολο δεδομένων από εξισώσεις παραβολών με διαφορετικά a και ας δούμε τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις:

```
TableForm[ Partition[Table[a x^2 -4 x + 1, {a, -10, 10}], 3] ]
```

```
Plot[Evaluate[%], {x, -4, 4}]
```

$$1-4x-10x^2$$

$$1-4x-7x^2$$

$$1-4x-4x^2$$

$$1-4x-x^2$$

$$1-4x+2x^2$$

$$1-4x+5x^2$$

$$1-4x+8x^2$$

$$1-4x-9x^2$$

$$1-4x-6x^2$$

$$1-4x-3x^2$$

$$1-4x$$

$$1-4x+3x^2$$

$$1-4x+6x^2$$

$$1-4x+9x^2$$

$$1-4x-8x^2$$

$$1-4x-5x^2$$

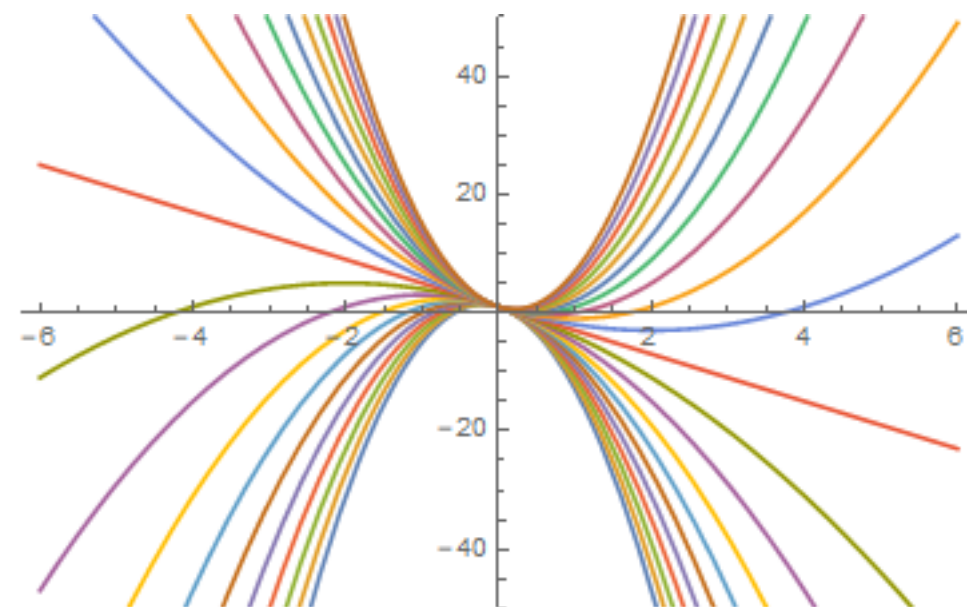
$$1-4x-2x^2$$

$$1-4x+x^2$$

$$1-4x+4x^2$$

$$1-4x+7x^2$$

$$1-4x+10x^2$$



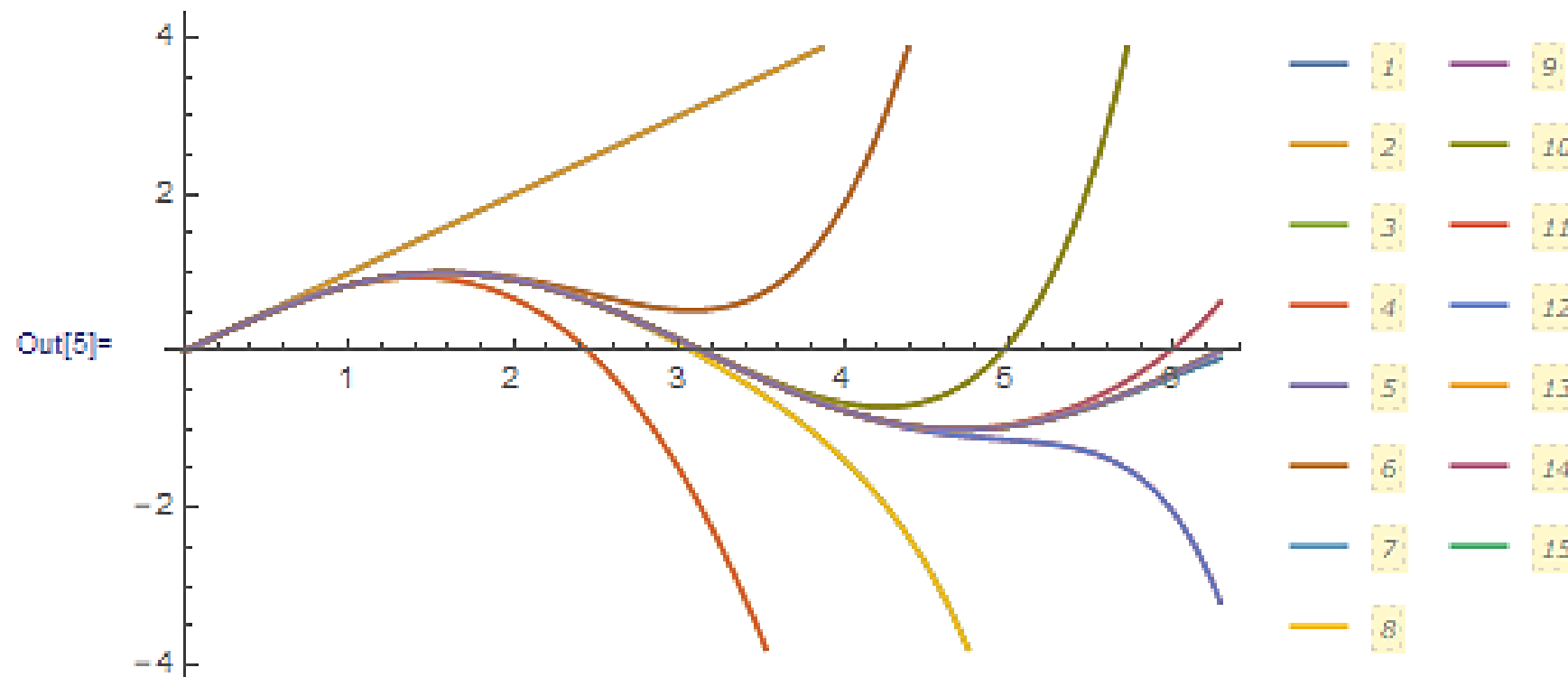


4 Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Προσέγγιση συνάρτησης με σειρά

Προσεγγίσεις της συνάρτησης $\sin(x)$

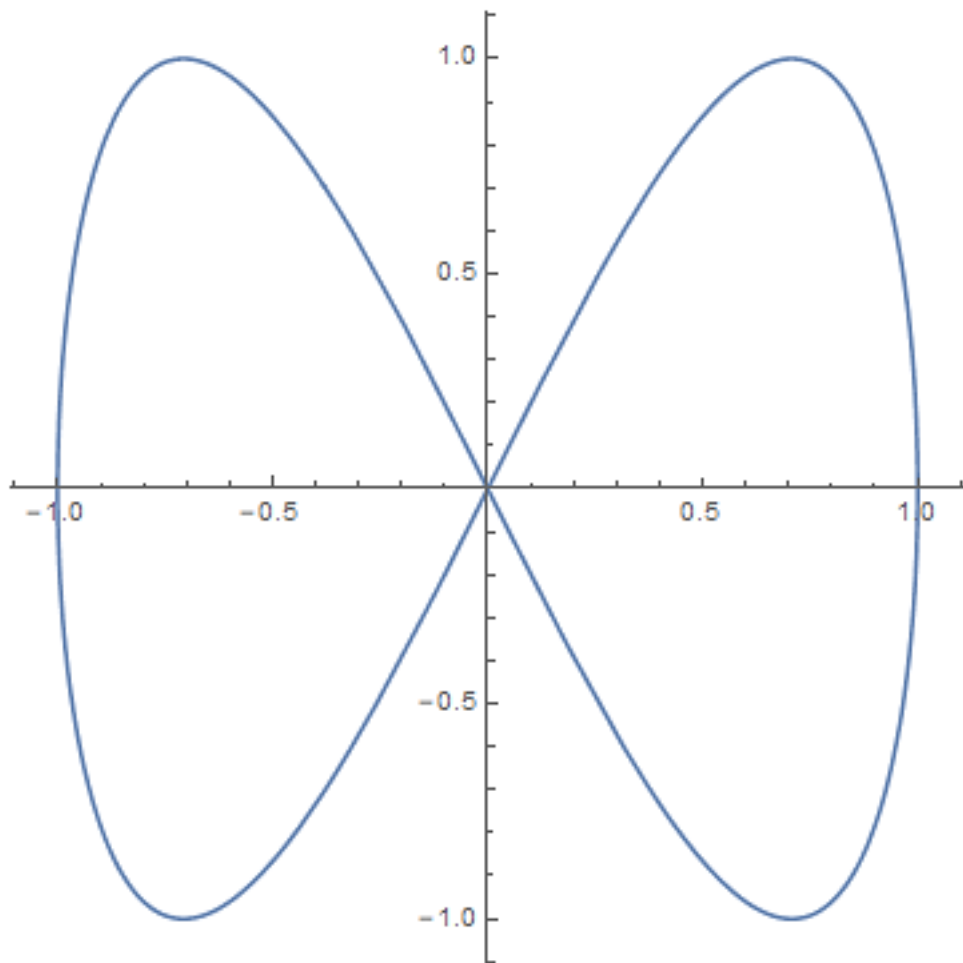
```
Plot[Evaluate[Table[Normal[Series[Sin[x], {x, 0, n}]], {n, 20}], {x, 0, 2 Pi}, PlotLegends -> Automatic]
```





5 | Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων
Παραμετρικές εξισώσεις $x=f(t)$, $y=g(t)$

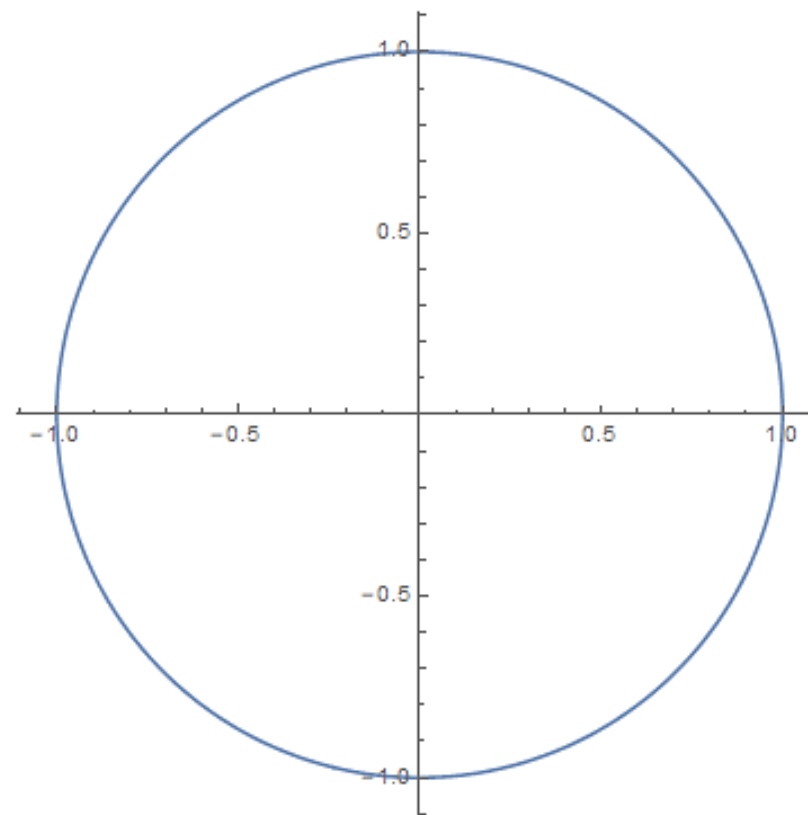
```
ParametricPlot[{Sin[t], Sin[2t]}, {t, 0, 2 Pi}]
```



Να σχεδιάσετε ένα κύκλο ακτίνας 1 m δίνοντας την
παραμετρική του εξίσωση

$$x=\rho\cos(t), y=\rho\sin(t), \rho=1, 0\leq t\leq 2\pi$$

```
ParametricPlot[{Sin[t], Cos[t]}, {t, 0, 2 Pi}]
```

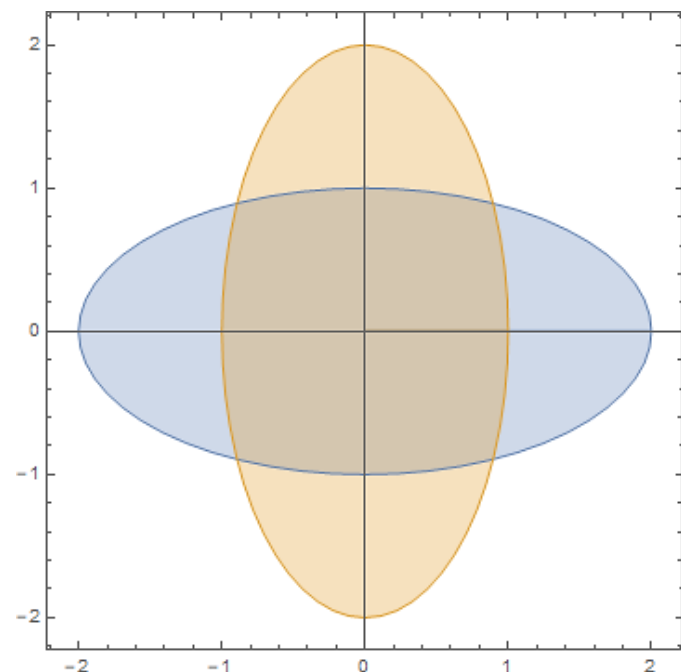




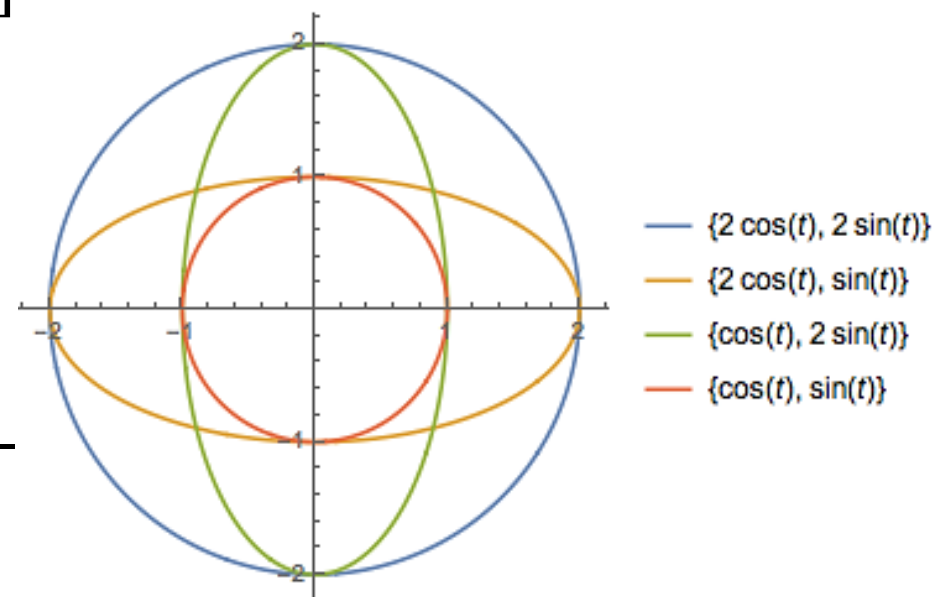
5 | Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων

Παραμετρικές εξισώσεις $\mathbf{x}=\mathbf{f}(t), \mathbf{y}=\mathbf{g}(t)$

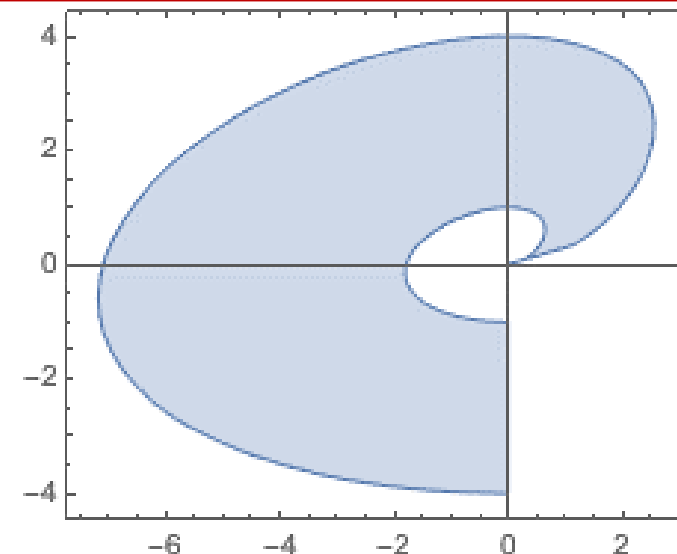
```
ParametricPlot[{r^2 Sqrt[t] Cos[t], Sin[t]}, {t, 0, 3 Pi/2}, {r, 1, 2}]
```



```
ParametricPlot[{{2 r Cos[t], r Sin[t]}, {r Cos[t], 2 r Sin[t]}}, {t, 0, 2 Pi}, {r, 0, 1}, Mesh -> False]
```



```
ParametricPlot[{{2 Cos[t], 2 Sin[t]}, {2 Cos[t], Sin[t]}, {Cos[t], 2 Sin[t]}, {Cos[t], Sin[t]}}, {t, 0, 2 Pi}, PlotLegends -> "Expressions"]
```

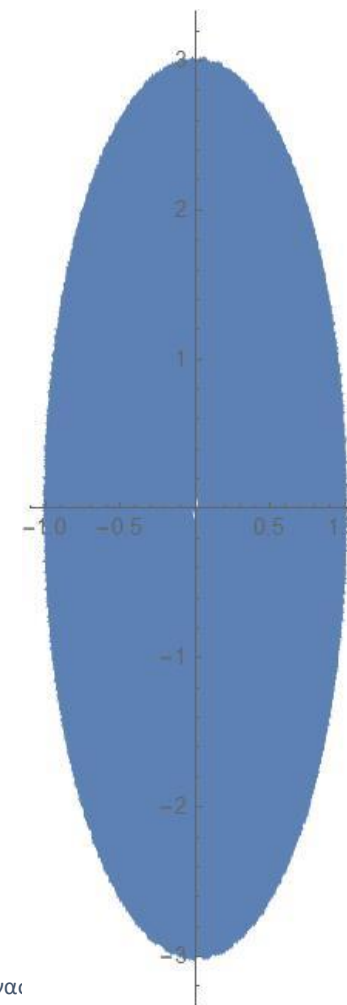
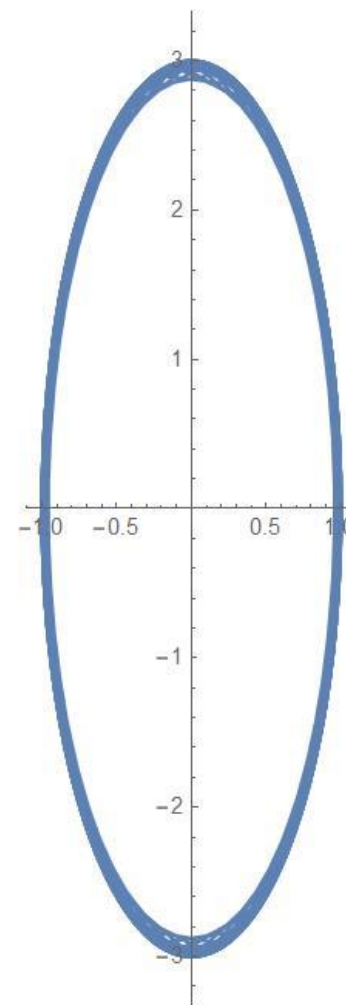
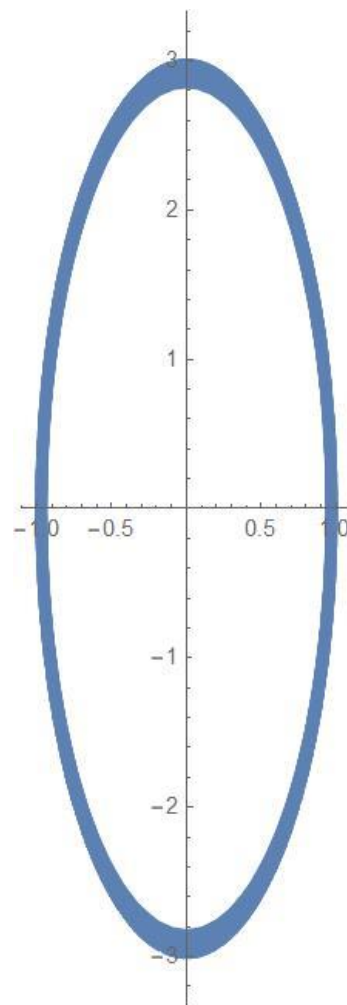
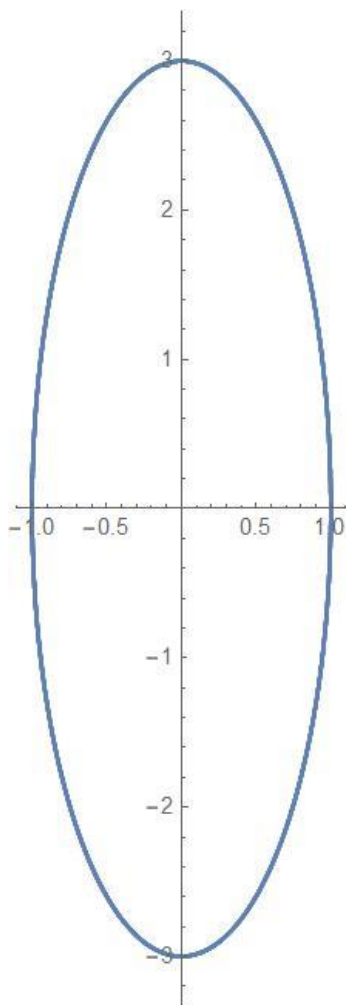
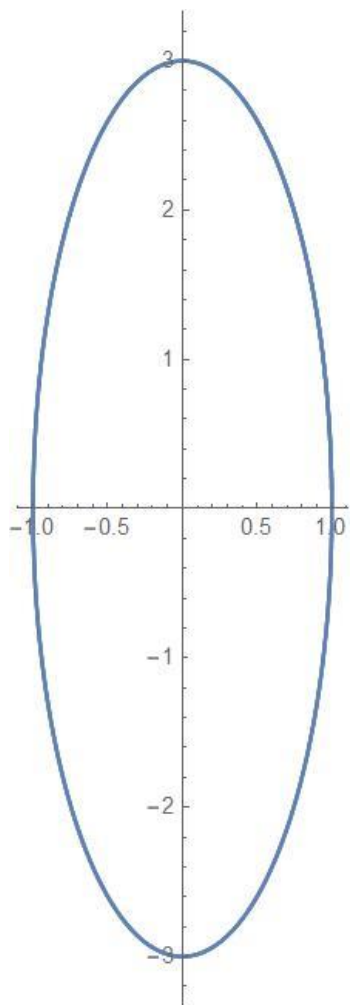




- 5 | Γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων
Παραμετρικές εξισώσεις $x=f(t)$, $y=g(t)$

Πως μπορώ να δω την επίδραση μιας παραμέτρου στις γραφικές παραστάσεις;

```
Table[ParametricPlot[{Cos[2t],3Sin[2t]},{t,0,10^i}], {i,5}]
```





6 Διαχείριση γραφικών παραστάσεων

Η εντολή **Show**

`Show[%]`: Προηγούμενη γραφική παράσταση

`Show[Out[A]]`: γραφική παράσταση γραμμής A

`Show[%%%]`: Προ-προ-προηγούμενη γραφική παράσταση

Τι μπορώ να προσθέσω σε μια εντολή **Show**;

`Show[Out[6], Frame -> True]`

`Show[Out[11], AxesLabel -> {"t(s)", "U(m/s)"}]`

`Show[%, AxesLabel -> {"Τιμές x", "Τιμές y"}]`



6 | Διαχείριση γραφικών παραστάσεων
Ονόματα γραφικών Παραστάσεων

$f[x_] := 3x + 7$

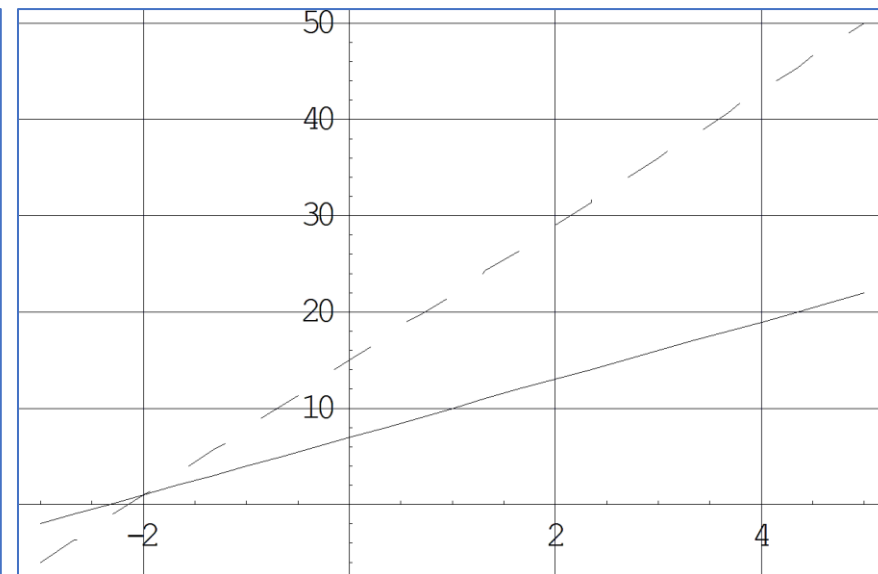
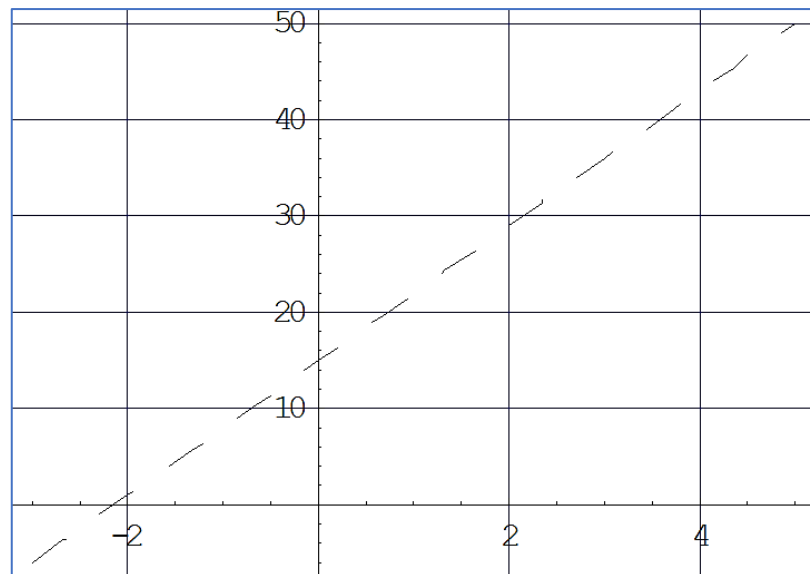
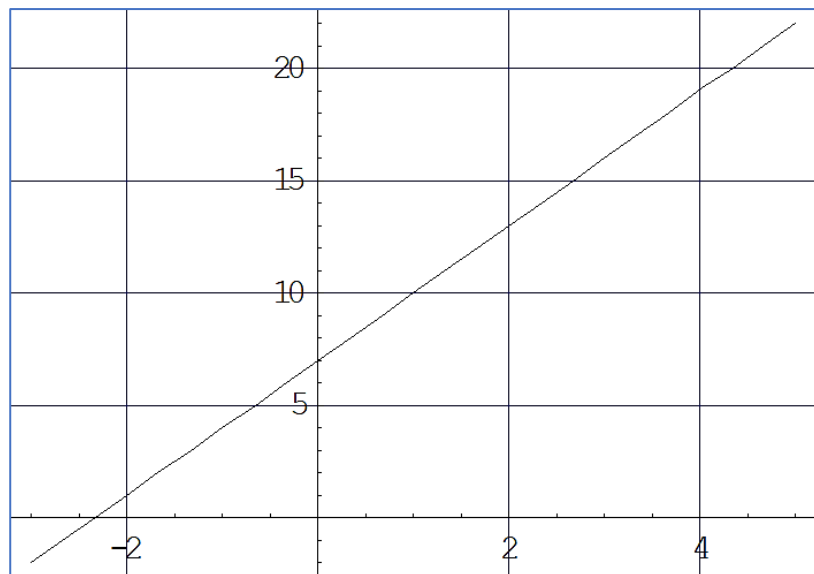
`plot1 = Plot[f[x], {x, -3, 5}, GridLines -> Automatic]`

$g[x_] := 7x + 15$

`plot2 = Plot[g[x], {x, -3, 5}, PlotStyle -> Dashing[{0.05}], GridLines -> Automatic]`

Τι κάνει η εντολή `Show[plot1, plot2];`

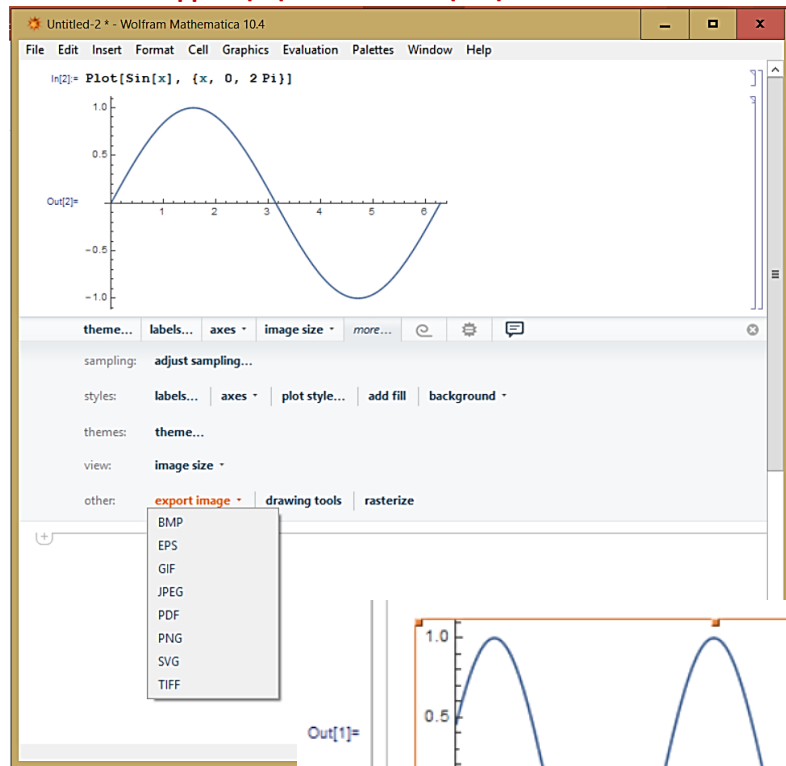
Εμφανίζει μαζί τις γραφικές παραστάσεις *plot1* και *plot2*



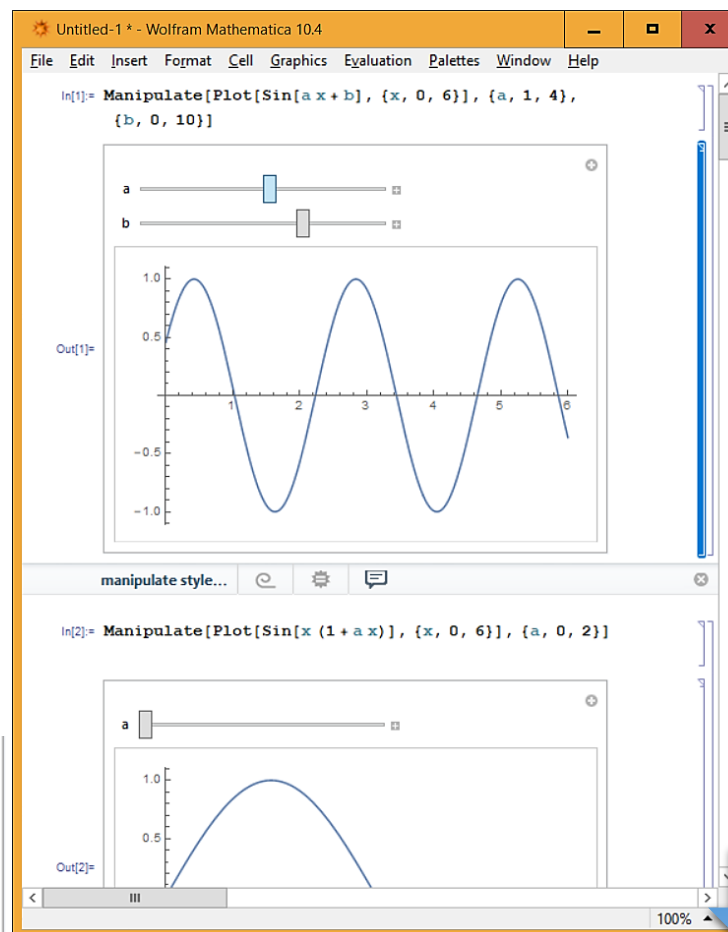
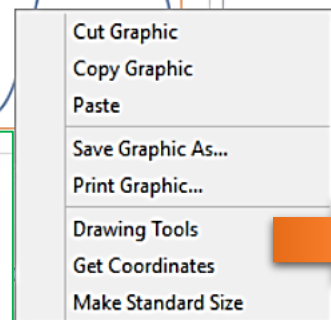


6 Διαχείριση γραφικών παραστάσεων

Αντιγραφή-Επικόλληση



Τα γραφικά μπορούν να μετατραπούν σε άλλες μορφές από την επιλογή *more* στο μενού που εμφανίζεται κάτω από τη γραφική παράσταση



Επιλέγοντας το κελί της γραφικής παράστασης ή την ομάδα κελιών που συμπεριλαμβάνει και την αντίστοιχη *input* εντολή, μπορώ να αντιγράψω τόσο τη γραφική παράσταση όσο και την εντολή που τη δημιούργησε

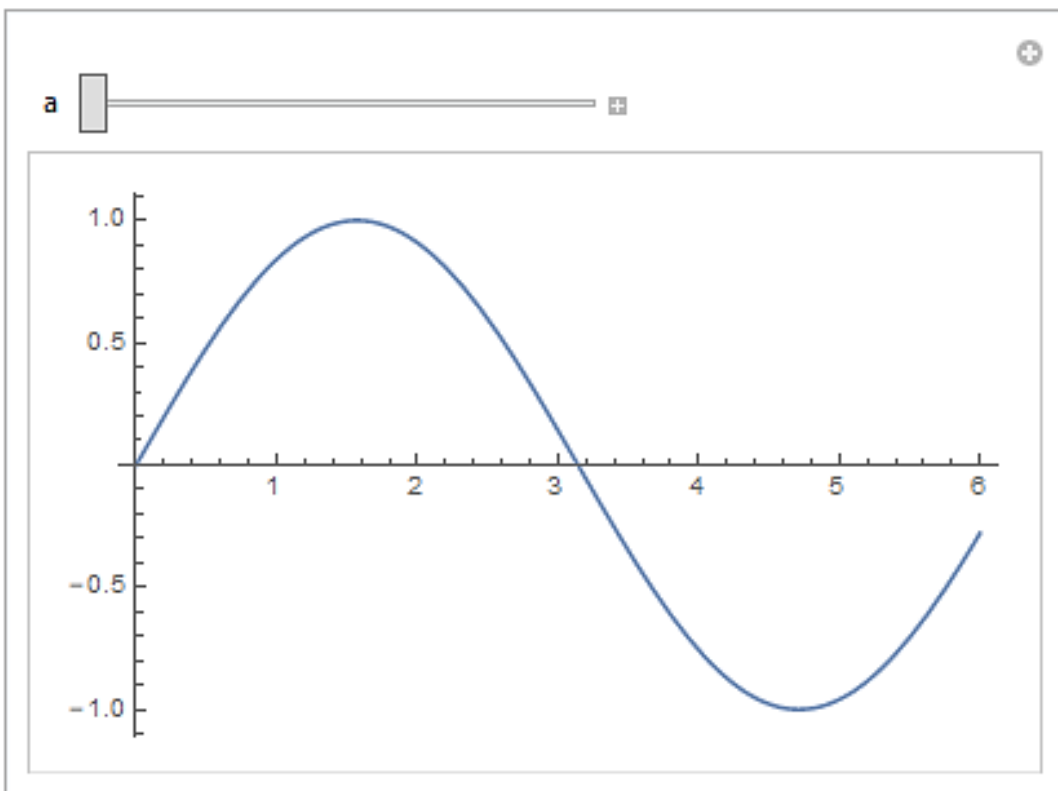
Επιλέγοντας τη γραφική παράσταση με δεξί-click εμφανίζεται το μενού που έχει επιλογές για την αντιγραφή ή την αποθήκευση του γραφικού σε χωριστό αρχείο



6 Διαχείριση γραφικών παραστάσεων Manipulate

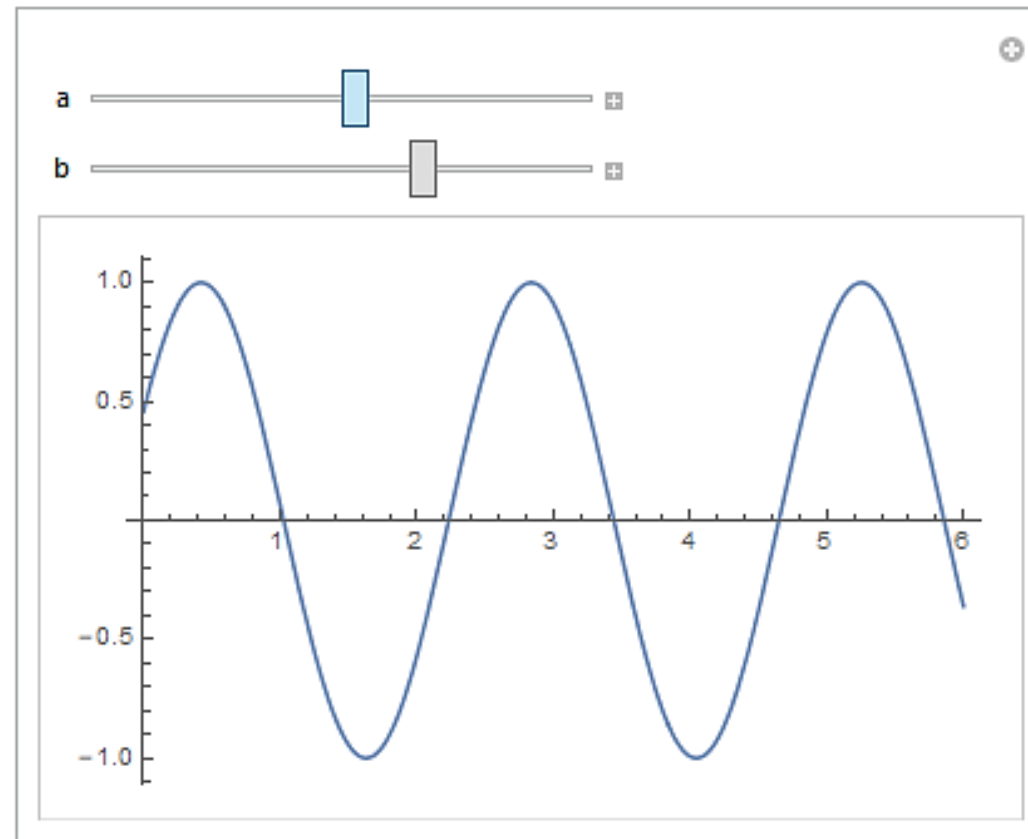
In[2]:= Manipulate[Plot[Sin[x (1 + a x)], {x, 0, 6}], {a, 0, 2}]

Out[2]=



In[1]:= Manipulate[Plot[Sin[ax + b], {x, 0, 6}], {a, 1, 4}, {b, 0, 10}]

Out[1]=



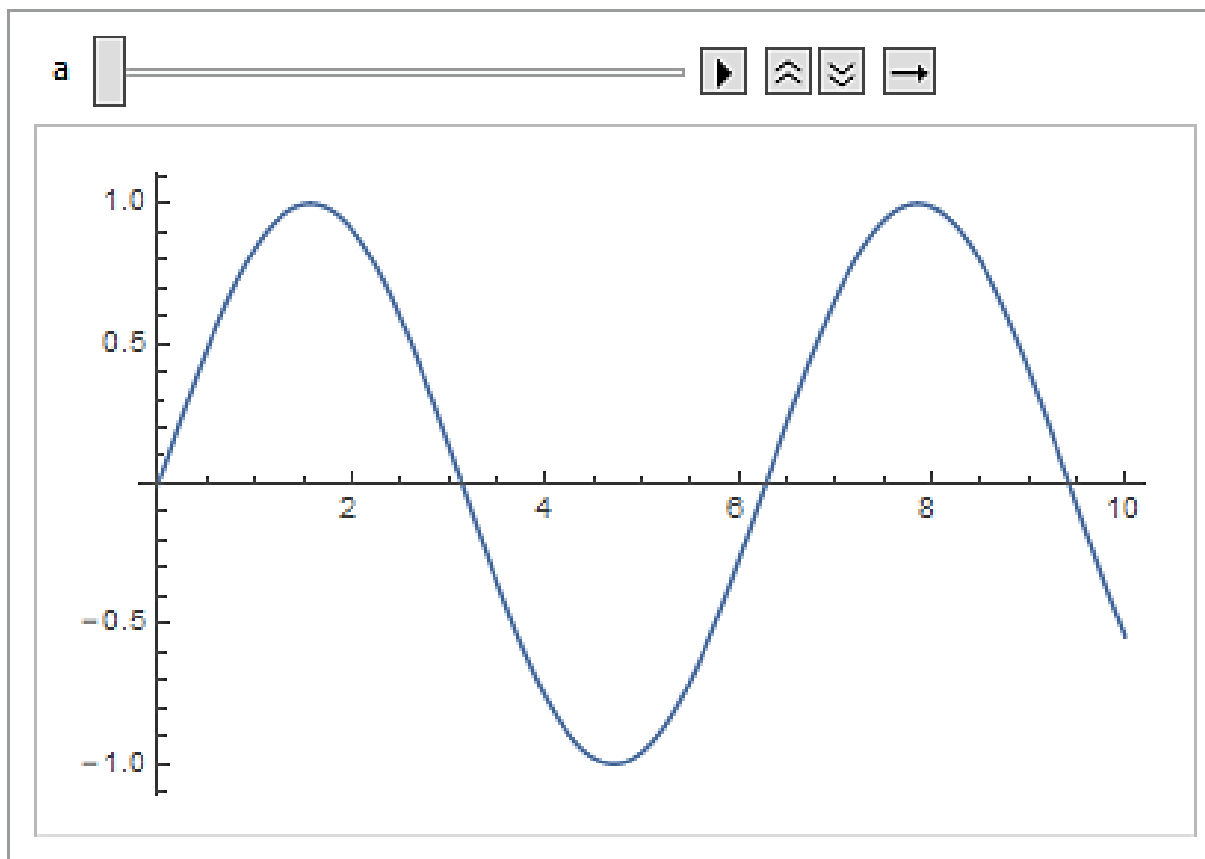


6 Διαχείριση γραφικών παραστάσεων

Animate

```
In[5]:= Animate[Plot[Sin[x + a], {x, 0, 10}], {a, 0, 5}, AnimationRunning -> False]
```

Out[5]=



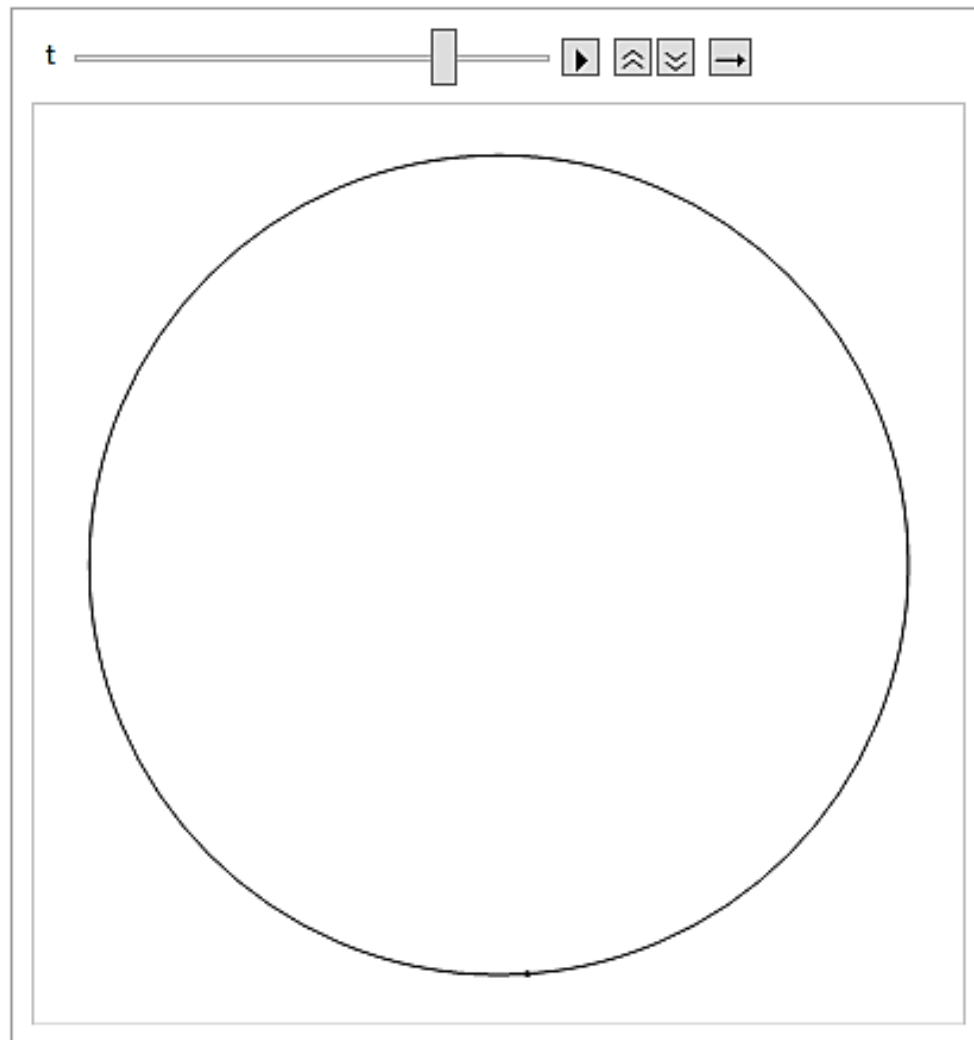


6 Διαχείριση γραφικών παραστάσεων

Animate

```
In[7]:= Animate[Graphics[{Circle[], Point[{Cos[t], Sin[t]}]}], {t, 0, 6}, AnimationRunning -> False]
```

Out[7]=

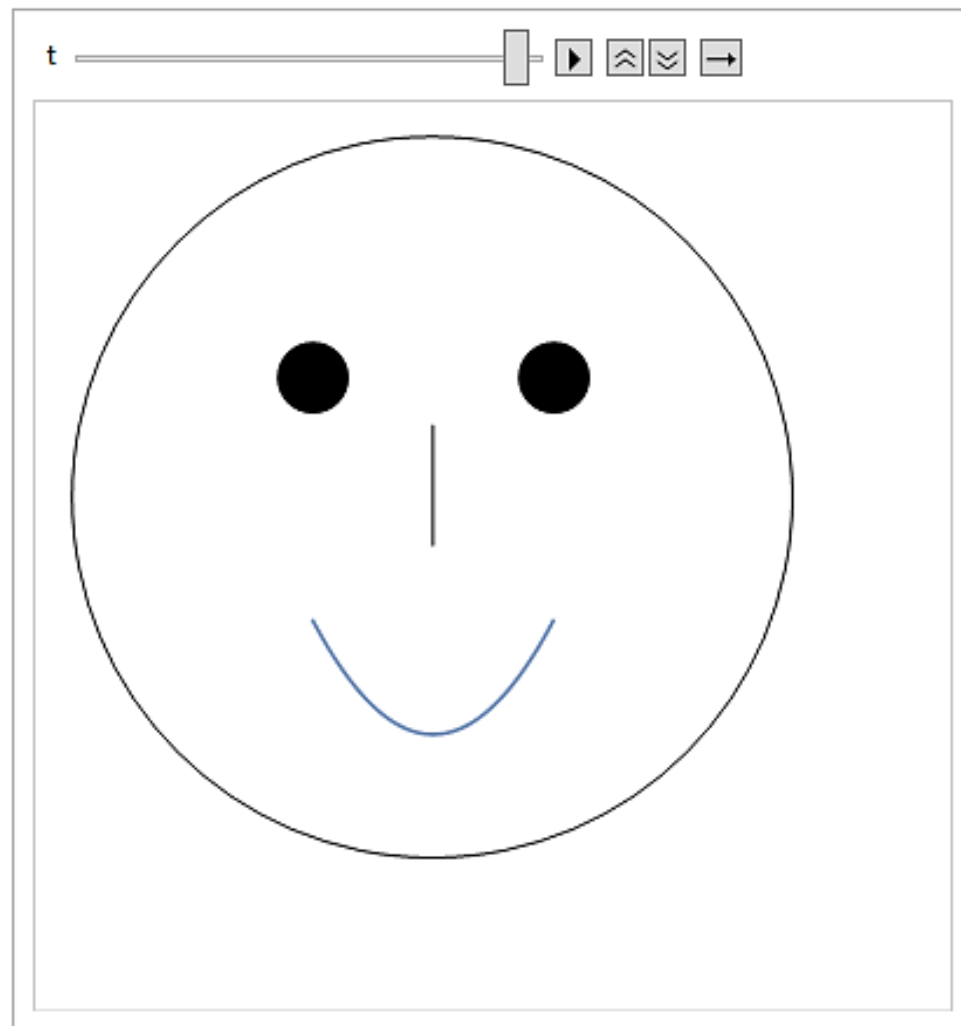




6 | Διαχείριση γραφικών παραστάσεων

Animate

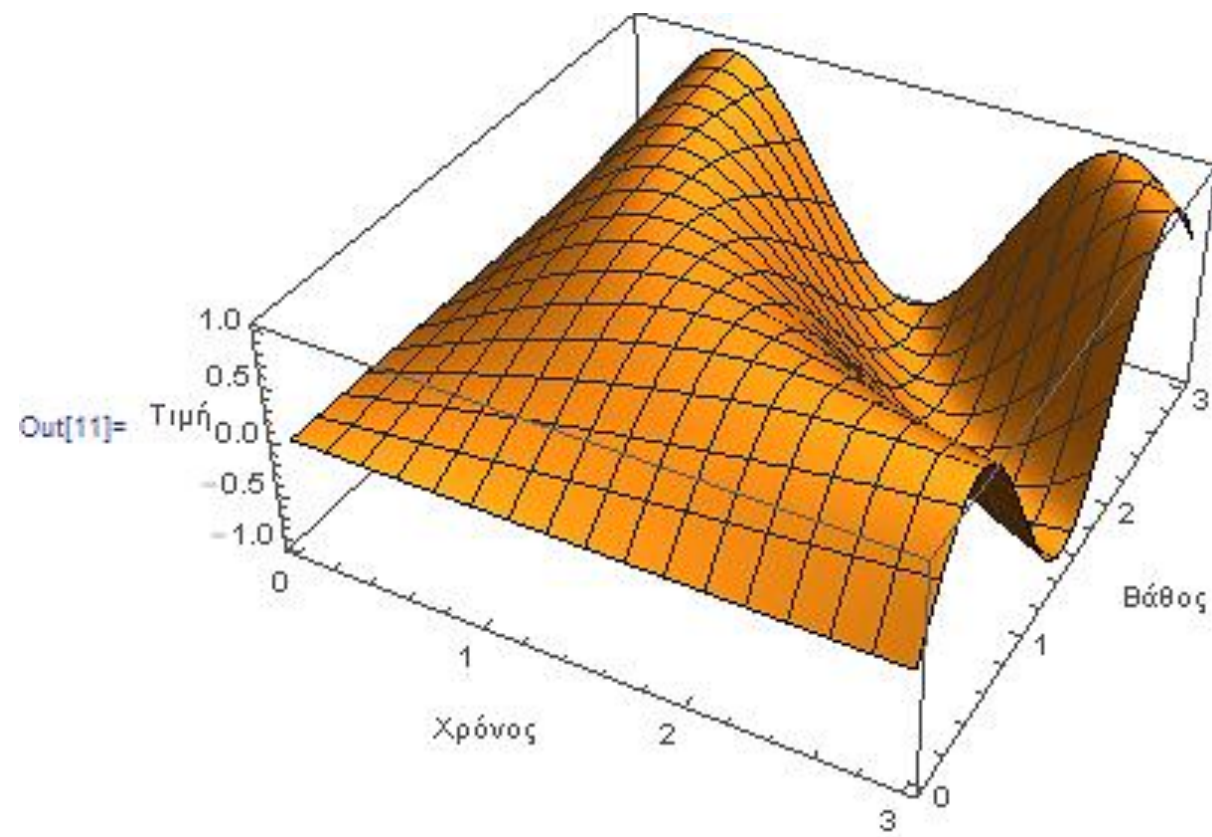
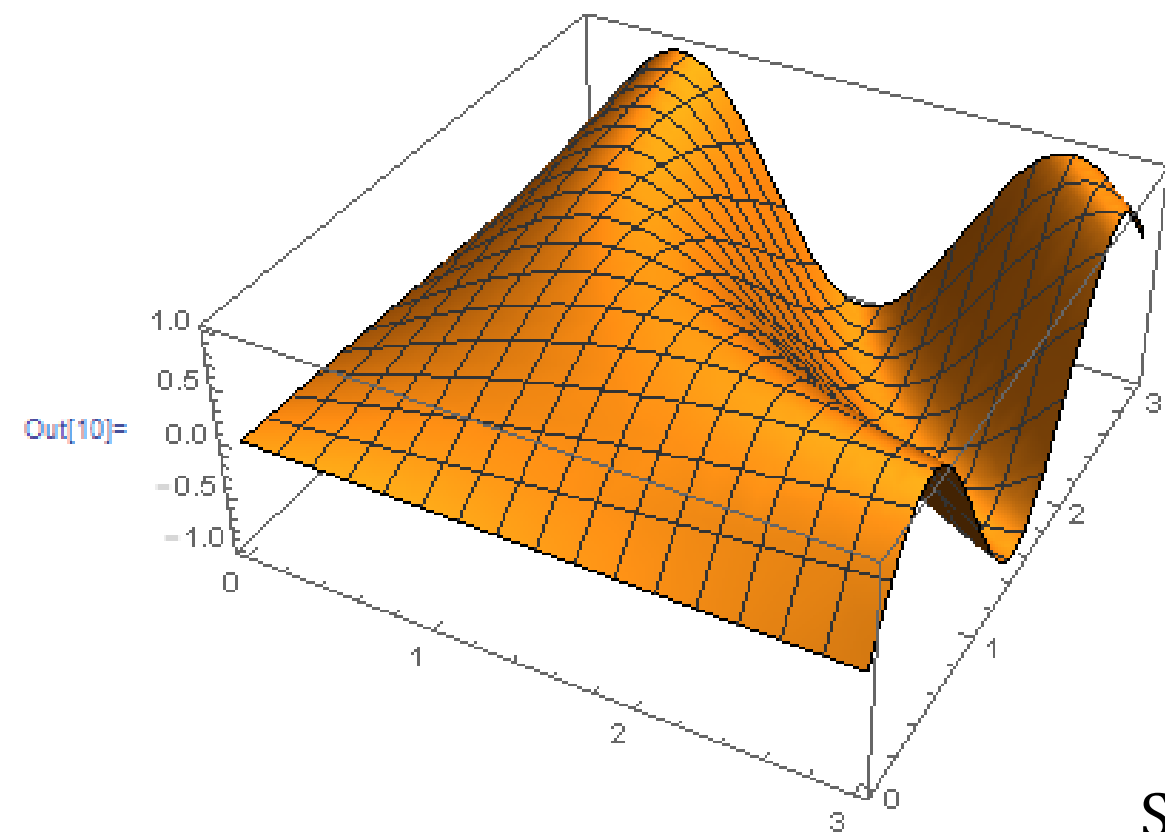
```
Animate[Plot[t (x^2 - 1) + (1 - t) (-x^2), {x, -1, 1}, Axes -> False, Epilog -> {Circle[{0, 1}, 3], Disk[{1, 2}, .3], Disk[{-1, 2}, .3],  
Line[{{0, 0.6}, {0, 1.6}}]}, PlotRange -> {{-3, 4}, {-3, 4}}, AspectRatio -> 1], {t, 0, 1}, AnimationRunning -> False]
```





7 Από τις 2 στις 3 διαστάσεις
Η εντολή Plot3D

```
Plot3D[Sin[x y], {x, 0, 3}, {y, 0, 3}]
```



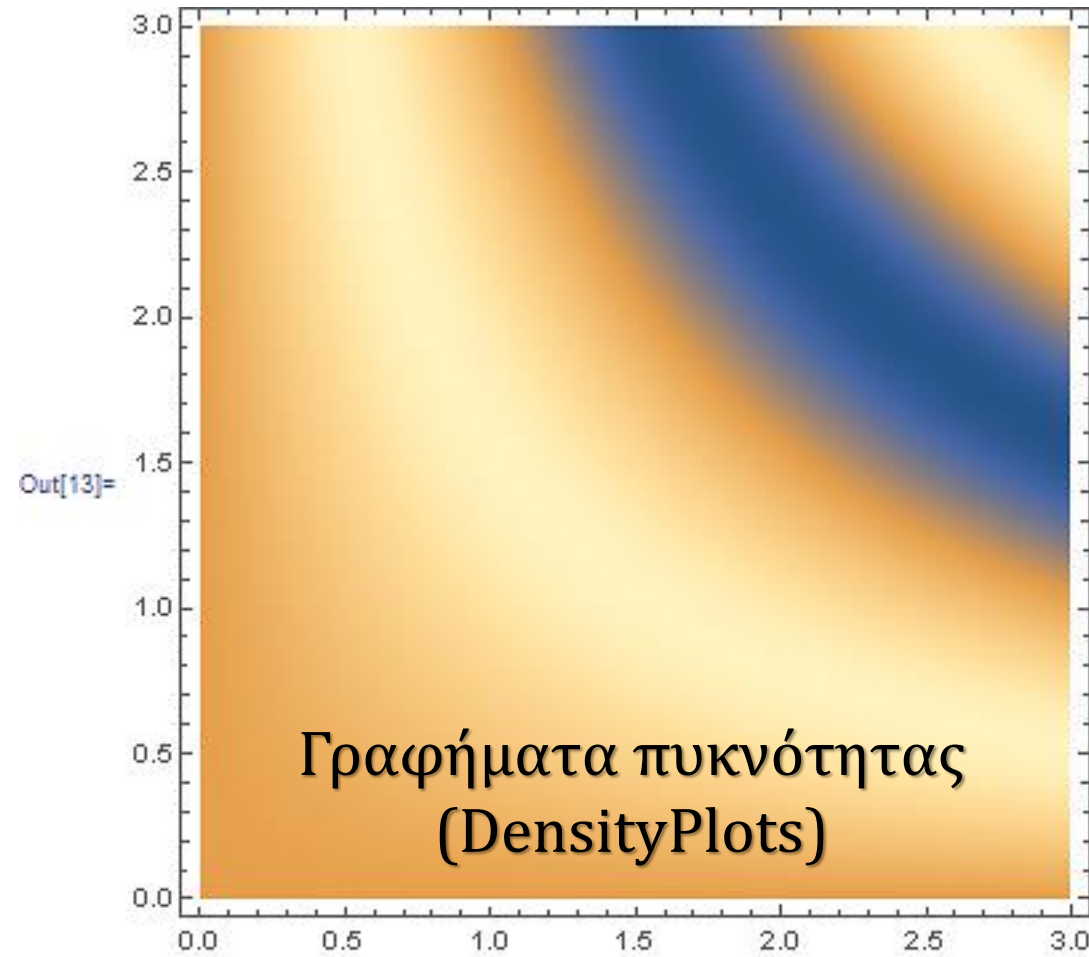
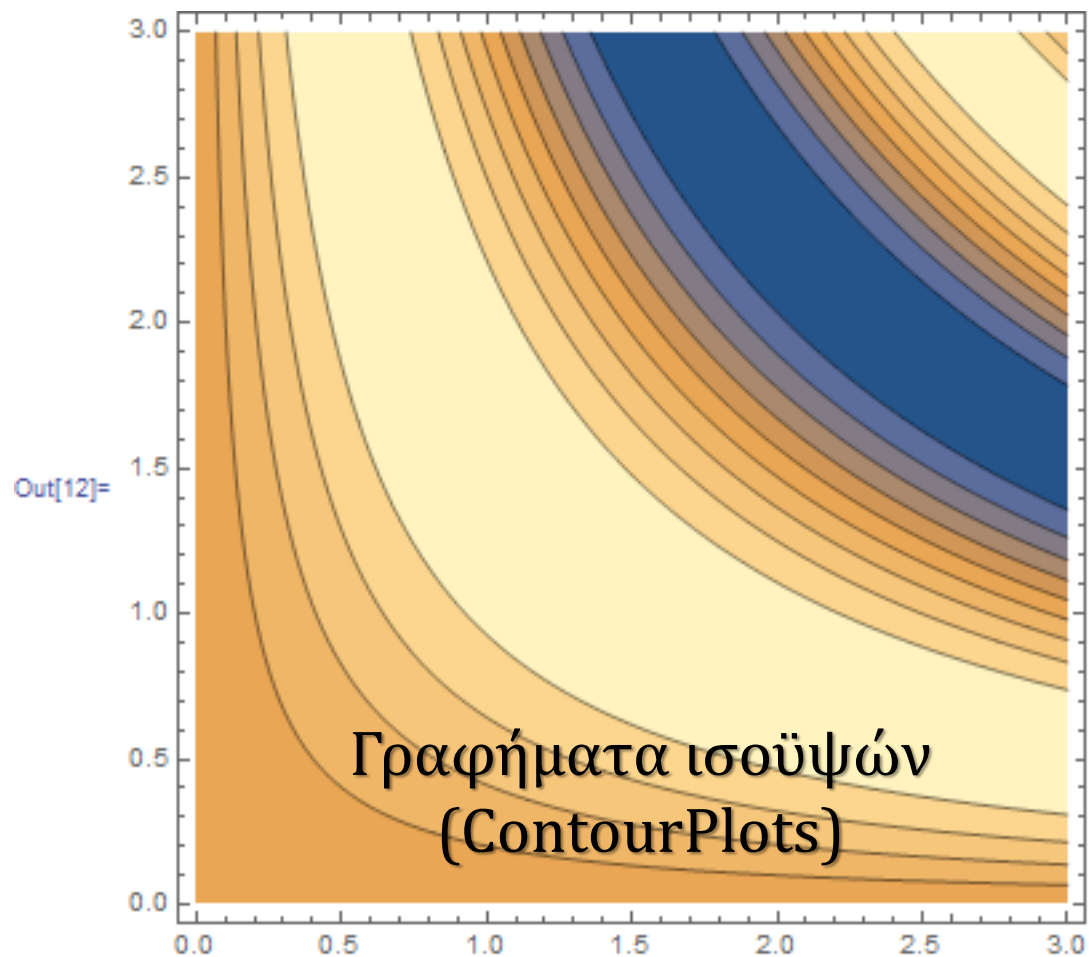
```
Show[%, AxesLabel -> {"Χρόνος", "Βάθος", "Τιμή"}]
```

Ποιες είναι οι διαφορές της εντολής Plot από την Plot3D;



7 | Από τις 2 στις 3 διαστάσεις
Η εντολή Plot3D

```
ContourPlot[Sin[x y], {x, 0, 3}, {y, 0, 3}, PlotPoints->80, ContourShading->True]
```



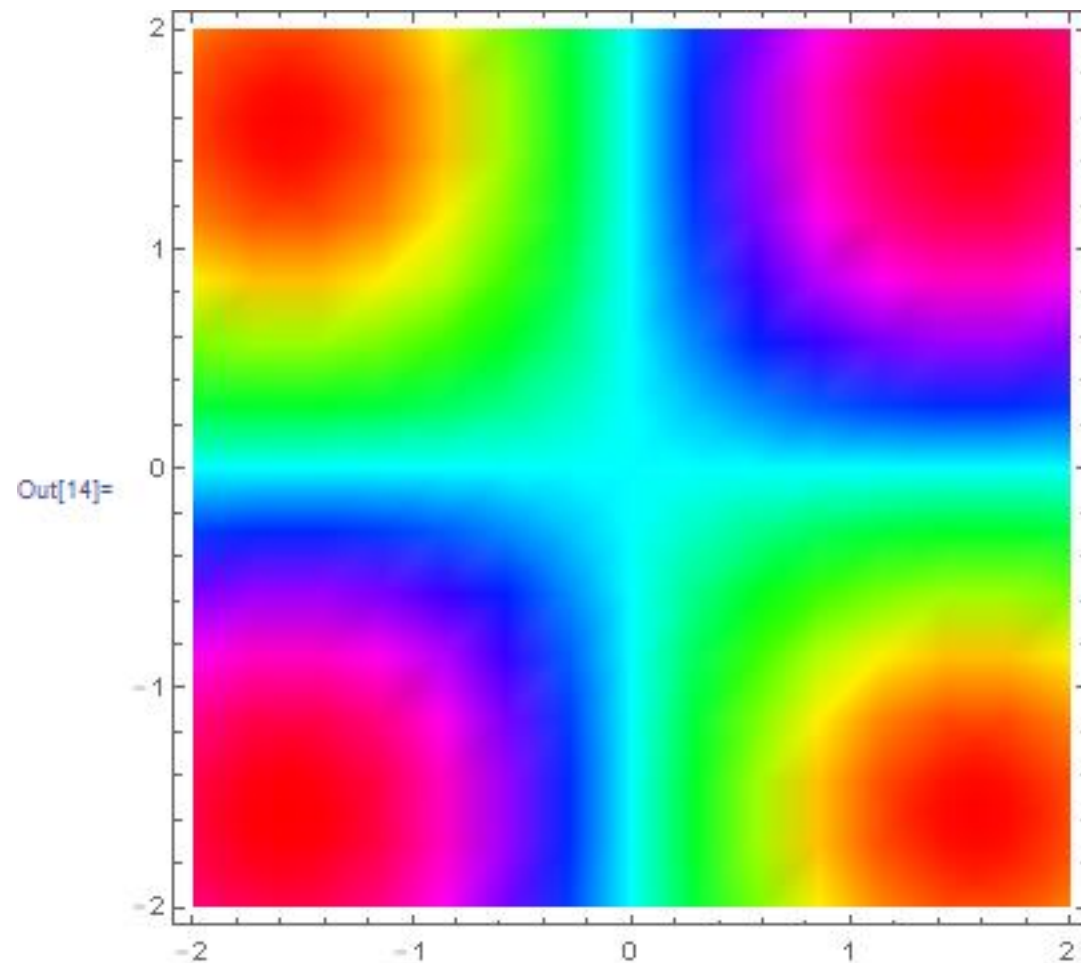
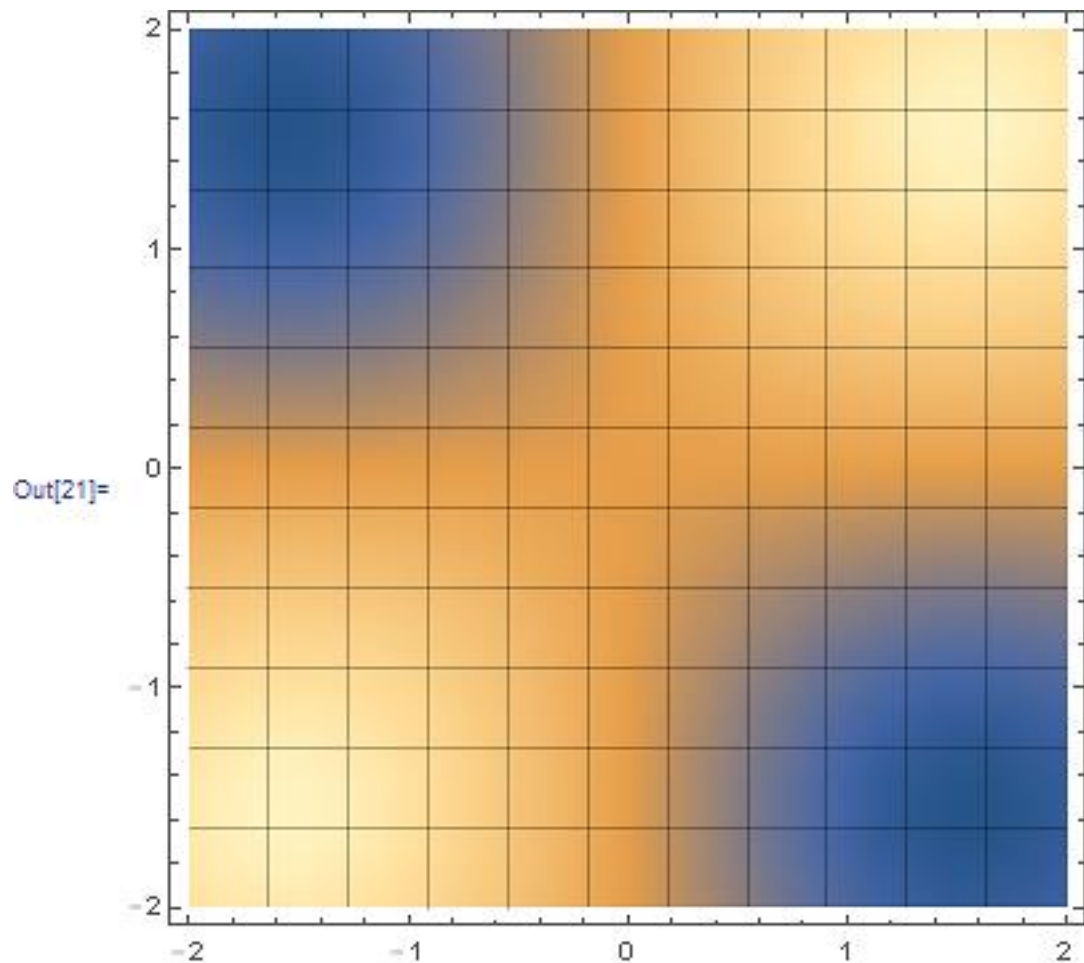
```
DensityPlot[Sin[x y], {x, 0, 3}, {y, 0, 3}, PlotPoints->80, Mesh->False]
```



7 Από τις 2 στις 3 διαστάσεις

Η εντολή Plot3D

`DensityPlot[Sin[x]Sin[y], {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, ColorFunction -> Hue]`



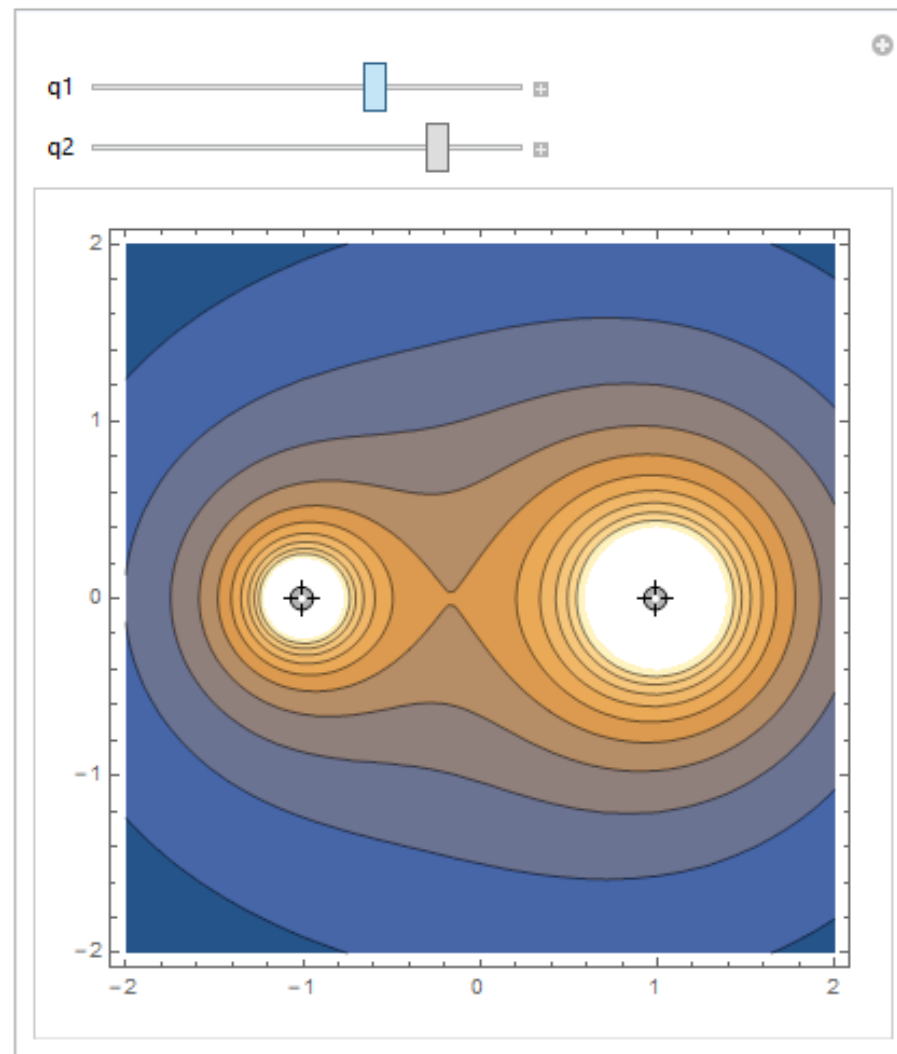
`DensityPlot[Sin[x]Sin[y], {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, Mesh -> 10]`



7 | Από τις 2 στις 3 διαστάσεις
Η εντολή Plot3D

Το ηλεκτρικό δυναμικό δύο στατικών φορτίων

Out[9]=



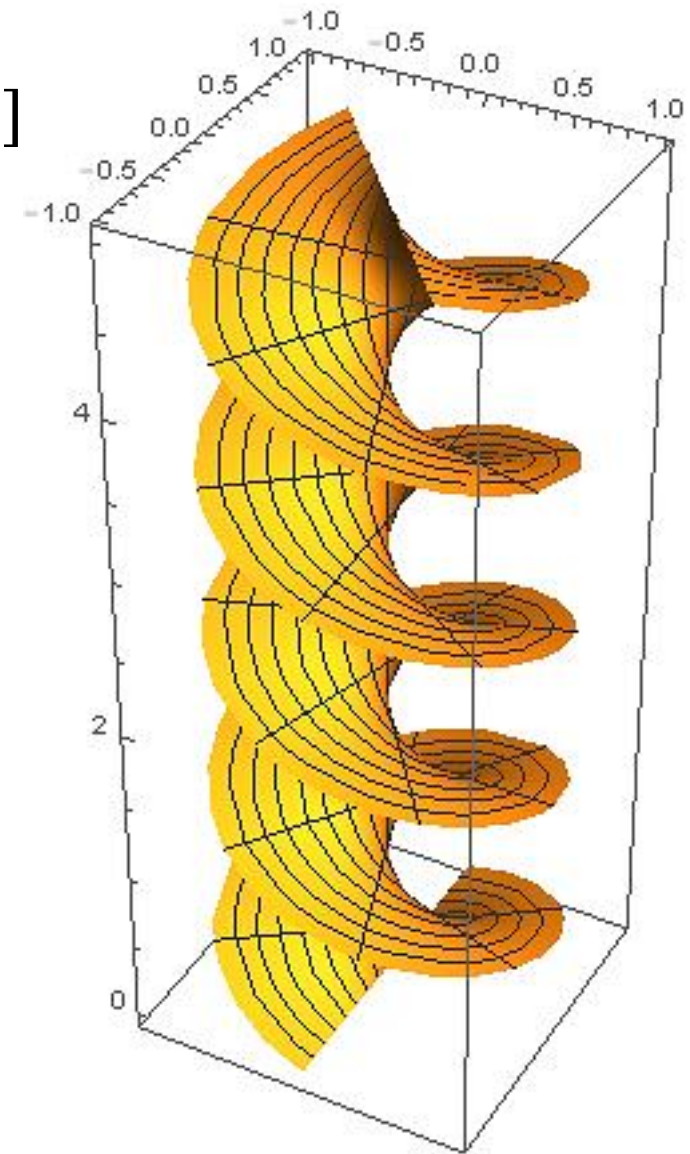
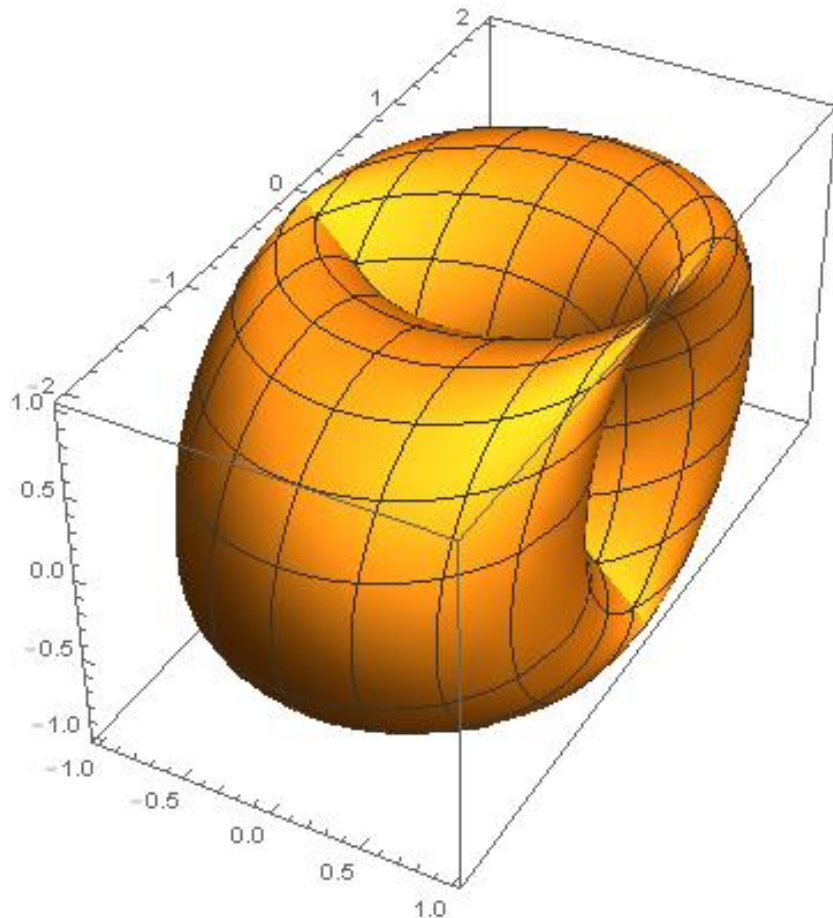
```
Manipulate[ContourPlot[ q1/Norm[{x, y} - p[[1]]] + q2/Norm[{x, y} - p[[2]]], {x, -2, 2},
{y, -2, 2}, Contours -> 10], {{q1, -1}, -3, 3}, {{q2, 1}, -3, 3}, {{p, {{-1, 0}, {1, 0}}}, {-1, -1},
{1, 1}, Locator}, Deployed -> True]
```




7 | Από τις 2 στις 3 διαστάσεις

Η εντολή Plot3D

`ParametricPlot3D[{u Sin[t], u Cos[t], t/3}, {t, 0, 15}, {u, -1, 1}]`



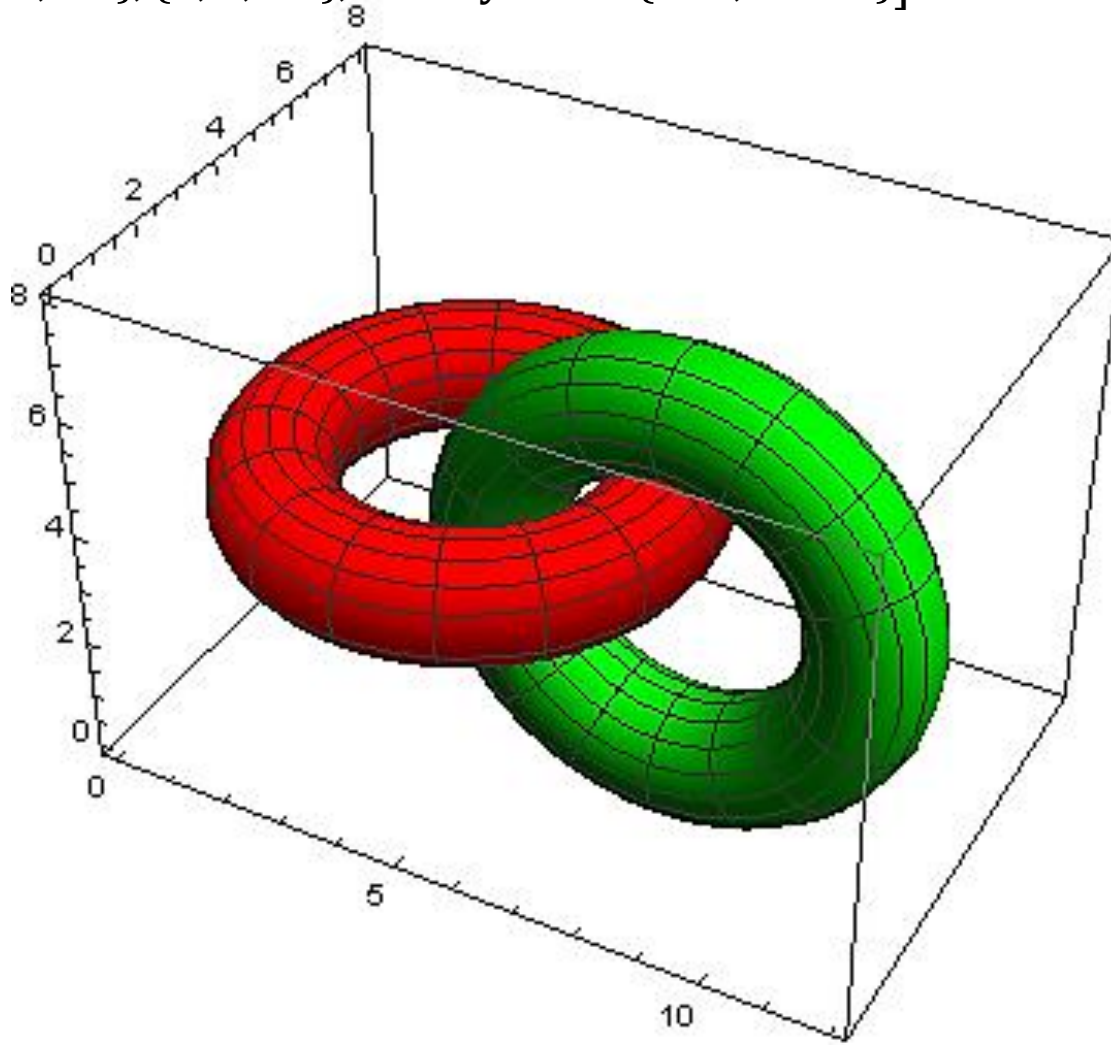
`ParametricPlot3D[{Cos[u], Sin[u] + Cos[v], Sin[v]}, {u, 0, 2 π}, {v, -π, π}]`



7 Από τις 2 στις 3 διαστάσεις

Η εντολή Plot3D

```
ParametricPlot3D[{{4 + (3 + Cos[v])Sin[u], 4 + (3 + Cos[v])Cos[u], 4 + Sin[v]}, {8 + (3 + Cos[v])Cos[u], 3 + Sin[v], 4 + (3 + Cos[v])Sin[u]}}, {u, 0, 2Pi}, {v, 0, 2Pi}, PlotStyle -> {Red, Green}]
```

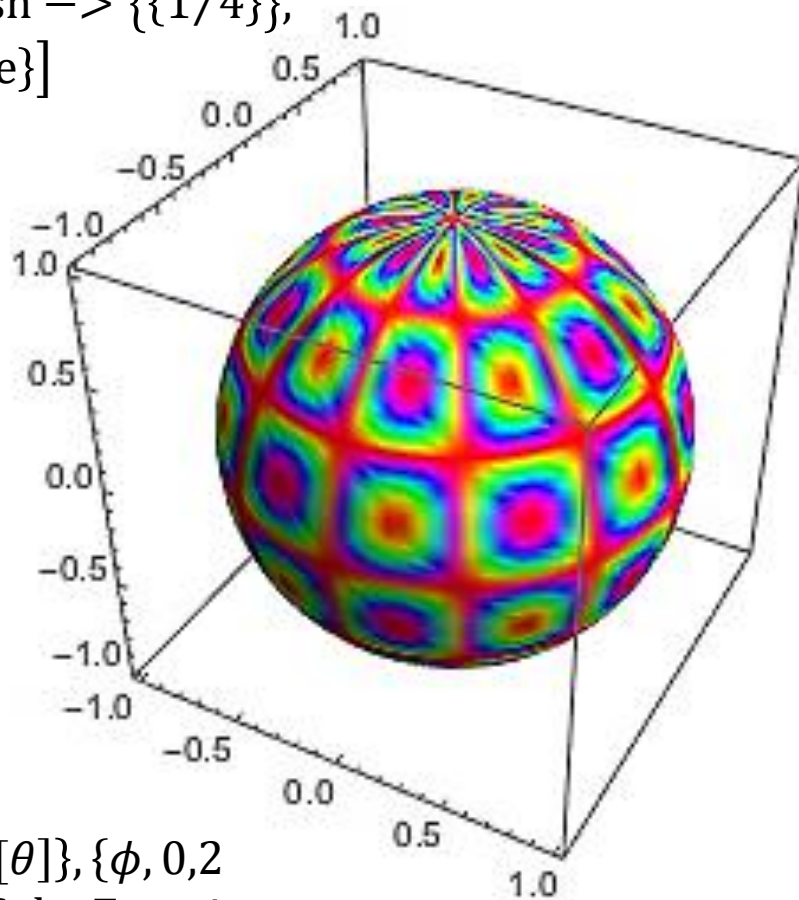
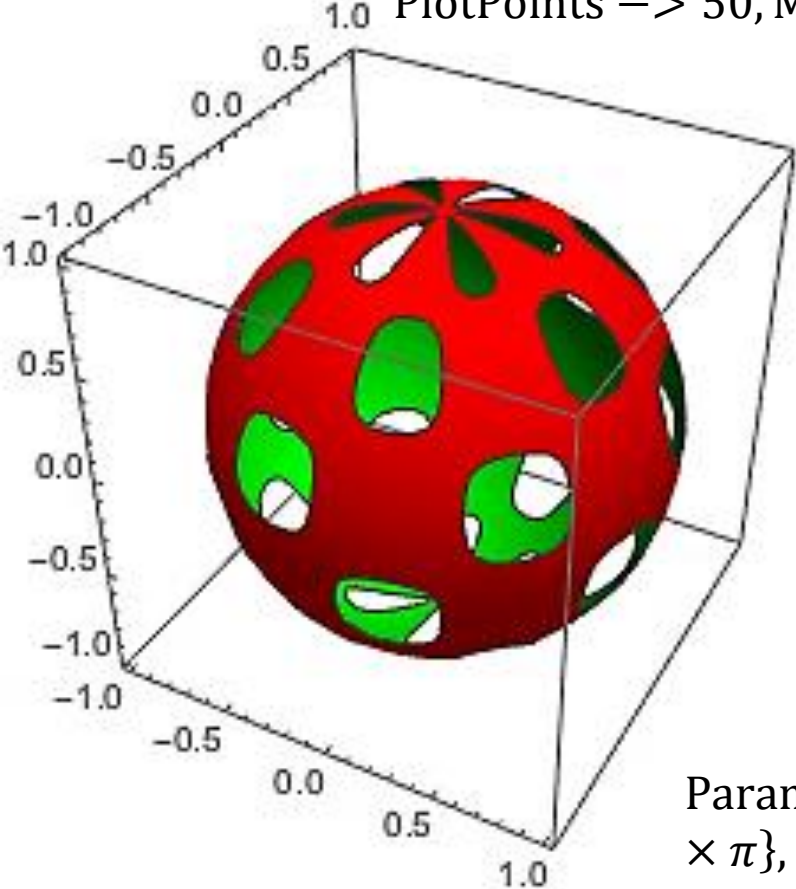




7 | Από τις 2 στις 3 διαστάσεις

Η εντολή Plot3D

```
ParametricPlot3D[{Cos[φ]Sin[θ], Sin[φ]Sin[θ], Cos[θ]}, {φ, 0, 2π}, {θ, 0, π},
MeshFunctions -> {Function[{x, y, z, φ, θ}, Sin[6φ]Sin[6θ]]}, Mesh -> {{1/4}},
PlotPoints -> 50, MeshShading -> {FaceForm[Green, Red], None}]
```



```
ParametricPlot3D[{Cos[φ]Sin[θ], Sin[φ]Sin[θ], Cos[θ]}, {φ, 0, 2
× π}, {θ, 0, π}, PlotPoints -> 100, Mesh -> None, ColorFunction -
> Function[{x, y, z, φ, θ}, Hue[Sin[6φ]Sin[6θ]]], ColorFunctionScaling -> False]
```



Εργασία 8 | Δημιουργία γραφικών παραστάσεων με Mathematica

1. Κάντε τις γραφικές παραστάσεις των ακόλουθων συναρτήσεων μέσα σε ένα διάστημα που εσείς θα επιλέξετε, ώστε το γράφημα να αντιπροσωπεύει επαρκώς τη συνάρτηση:

$$(α) \ x e^x \ (x > 0) \quad (β) \ x^2 e^{-x} \ (x > 0) \quad (γ) \ \sin x \ e^{-x} \ (x > 0) \quad (δ) \ (x^2 - 1)^{-1} \ (-3 < x < 3) \quad (στ) \ \tan^2 x$$

2. Σχεδιάστε μαζί τα ακόλουθα ζεύγη συναρτήσεων και υπολογίστε στο συγκεκριμένο διάστημα που σχεδιάστηκαν το σημείο (ή τα σημεία) τομής τους:

$$(α) \ \cos x, x \ (0 < x < 2\pi) \quad (β) \ 4 - x^2, e^{-x} \ (0 < x < 10) \quad (γ) \ \tanh x, 2x \ ((-\pi < x < \pi))$$

$$(δ) \ \tan x, 4 - x \ ((-2\pi < x < 2\pi)) \quad (ε) \ \sinh x, (-\pi < x < \pi) \quad (στ) \ e^{-x}, x^2 \ ((0 < x < 1))$$

3. Έστω οι παραμετρικές εξισώσεις:

$$α) \ x = 31 \cos t - 7 \cos 7t \text{ και } y = 31 \sin t - 7 \sin 7t, \quad β) \ x = 17 \cos t + 7 \cos 7t \text{ και } y = 17 \sin t + 7 \sin 7t$$

$$γ) \ x = \cos t + (1/2) \cos 7t + (1/3) \sin 17t \text{ και } y = \sin t + (1/2) \sin 7t + (1/3) \cos 17t$$

Να γίνουν ξεχωριστά οι γραφικές παραστάσεις των καμπυλών όταν για τις (α), (β), $t \in [0, 14\pi]$ και για την (γ), $t \in [-5, 5]$.



Εργασία 8 | Δημιουργία γραφικών παραστάσεων με Mathematica

4. Σχεδιάστε τις καμπύλες που δίνονται σε παραμετρική μορφή από τις εξισώσεις όπου η παράμετρος t αντιστοιχεί στο χρόνο ($t=0-10s$):

(α) $x=\cos 2t, y=3\sin 2t$

(β) $x=e^{-t/10}\cos t, y=e^{-t/10}\sin t$

(γ) $x=\cos t, y=\sin 4t$

(δ) $x=\sin(9t/2), y=\cos t$

(ε) $x=\cos t, y=\cos 3t$

(στ) $x=\sin t, y=\sin(3t/2)$

Αν αφήσετε τον “χρόνο” ($t=10^i, i=0-5$) να τρέξει να παρακολουθήσετε αν και πως εξελίσσονται τα παραπάνω γραφήματα;

5. Στη εξίσωση του διαστήματος στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση $s=s_0+v_0t+1/2at^2$ να ελέγξετε τις επιδράσεις των παραμέτρων s_0, v_0, a δίνοντας σε κάθε περίπτωση τιμές: $-10\text{ m} \leq s_0 \leq 10\text{ m}$, $-10\text{ m/s} \leq v_0 \leq 10\text{ m/s}$, $-10\text{ m/s}^2 \leq a \leq 10\text{ m/s}^2$ (με βήμα 2 μονάδες). Να κάνετε τα αντίστοιχα συγκριτικά διαγράμματα και να χαρακτηρίσετε το είδος της κίνησης σε κάθε περίπτωση (Αρχικές τιμές $s_0=5\text{ m}$, $v_0=2\text{ m/s}$, $a=0.14\text{ m/s}^2$).



Εργασία 8 | Δημιουργία γραφικών παραστάσεων με Mathematica

6. Η εξίσωση της απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι $y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$ ενώ το διακρότημα που είναι το αποτέλεσμα της σύζευξης δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με $A_1 = A_2 = 2A$, $\varphi_{01} = \varphi_{02} = 0$ και $\omega_1 \approx \omega_2$ έχει εξίσωση $y = 2A \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$. Να γίνει η γραφική παράσταση α) της ταλάντωσης $y = 5 \sin(6\pi t + \pi/4)$ και β) του διακροτήματος $y = 2 \cos(18t) + 2 \cos(21t)$ στο διάστημα $[0, 2\pi]$ με πλαίσιο. **Με τη βοήθεια της εντολής Manipulate** να δείξετε γ) την επίδραση του πλάτους $A = 1-10$ cm, της συχνότητας $f = 1-10$ Hz με βήμα 0.1 ($\omega = 2\pi f$) και της αρχικής φάσης $\varphi_0 = 0-2\pi$ με βήμα $\pi/12$ στην απλή αρμονική ταλάντωση και δ). την επίδραση των συχνοτήτων f_1, f_2 που μεταβάλλονται από 1 έως 10 Hz με βήμα 0.1 ($\omega = 2\pi f$) στην εξίσωση του διακροτήματος με πλάτος $2A = 10$ cm
7. Δημιουργήστε τις τρισδιάστατες γραφικές, όσο και τα γραφήματα με τις ισοϋψείς (ContourPlots) και πυκνότητας (DensityPlot) των παρακάτω συναρτήσεων:
- (α) $x \sin(y) + y \cos(x)$, στην περιοχή $\{0, 2\pi\}, \{-\pi, \pi\}$ (β) $\sin(x) \cos(y)$, στην περιοχή $\{0, 2\pi\}, \{-\pi, \pi\}$